



(10) DE 10 2010 013 682 A1 2011.10.06

(12) **Offenlegungsschrift**

(21) Aktenzeichen: 10 2010 013 682.4

(22) Anmeldetag: 01.04.2010

(43) Offenlegungstag: 06.10.2011

(51) Int Cl: **F16C 32/04** (2006.01)
G01B 7/00 (2006.01)

(71) Anmelder:
Siemens Aktiengesellschaft, 80333, München, DE

(72) Erfinder:
Bachmaier, Georg, 80469, München, DE;
Bergmann, Dominik, 83679, Sachsenkam,
DE; Glück, Tobias, Wien, AT; Kemmetmüller,
Wolfgang, Dr., Wien, AT; Kugi, Andreas, Prof.,
Wien, AT; Tump, Christian, 80469, München, DE

(56) Für die Beurteilung der Patentfähigkeit in Betracht
gezogene Druckschriften:
DE 10 2008 064380 A1

**Noh, Myounggyu D.: "Self-Sensing Magnetic
Bearings Driven by Switching Power Amplifier",**

**Diss., Univ. of Virginia, Faculty of the School of
Engineering and Applied Science, 1996**

**Pawelczak, Dieter: "Nutzung inhärenter
Messeffekte von Aktoren und Methoden zur
sensorlosen Positionsmessung im Betrieb",
Diss., Univ. der Bundeswehr München, 2005**

**Skricka, Norbert: "Entwicklung eines
sensorlosen aktiven Magnetlagers", Fortschritt-
Berichte, Reihe 8, Nr. 1027, VDI-Verlag
Düsseldorf, 2004**

**Yuan QingHui; Li, Perry Y.: "Self-sensing
actuators in electrohydraulic valves", in:
Proceeding of the International Mechanical
Engineering Congress and Exposition, Anaheim,
California USA, 2004**

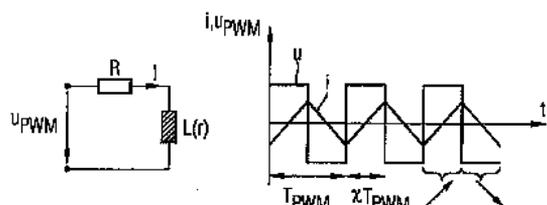
Prüfungsantrag gemäß § 44 PatG ist gestellt.

Die folgenden Angaben sind den vom Anmelder eingereichten Unterlagen entnommen

(54) **Bezeichnung: Verfahren zur Adaption eines Widerstandswertes eines Elektromagneten eines Magnetlagers und zur sensorlosen Positionsermittlung eines in einem magnetischen Lager gelagerten Objekts unter Berücksichtigung des adaptierten Widerstandswertes**

(57) Zusammenfassung: Verfahren zur Adaption eines Widerstandswertes eines Elektromagneten eines Magnetlagers und zur sensorlosen Positionsermittlung eines in einem magnetischen Lager gelagerten Objekts unter Berücksichtigung des adaptierten Widerstandswertes

Die Erfindung betrifft die sensorlose Lagebestimmung für eine Magnetlagerung. Eine magnetische Lagerung dient zur Lagerung eines Objektes mit Hilfe eines Magnetfeldes, welches im Allgemeinen durch einen Elektromagneten erzeugt ist. Zur Regelung des Lagers ist die Position des Objekts relativ zum Lager von Interesse. Anhand einer Induktivitätsschätzung lässt sich die Objektposition bestimmen. Die Induktivitätsschätzung wird mit Hilfe eines Least-Squares-Verfahrens ausgeführt, wobei der elektrische Widerstand des Lagers zu berücksichtigen ist. Der Widerstand unterliegt bspw. aufgrund von Temperaturschwankungen gewissen Variationen. Ein inkorrekt geschätzter Widerstandswert schlägt sich jedoch im geschätzten Induktivitätsfehler $\Delta \hat{L} = \hat{L}_{2,n}^{LS} - \hat{L}_{1,n}^{LS}$ nieder. Es wird daher ein Verfahren vorgeschlagen, mit dem der Widerstand adaptiert werden kann. Der elektrische Widerstand kann geschätzt werden, indem der Induktivitätsfehler $\Delta \hat{L}$ zu Null geregelt wird. Die Widerstandsadaption besteht dabei aus einem Tiefpassfilter und einem I-Regler.



Beschreibung

[0001] Verfahren zur Adaption eines Widerstandswertes eines Elektromagneten eines Magnetlagers und zur sensorlosen Positionsermittlung eines in einem magnetischen Lager gelagerten Objekts unter Berücksichtigung des adaptierten Widerstandswertes

[0002] Die Erfindung betrifft die sensorlose Lagebestimmung für eine Magnetlagerung. Eine solche magnetische Lagerung dient zur Lagerung eines Objektes, beispielsweise eines Rotors, mit Hilfe eines Magnetfeldes, welches im Allgemeinen durch mindestens einen Elektromagneten erzeugt ist.

[0003] Der wesentliche Vorteil einer magnetischen Lagerung gegenüber einer klassischen Lagerung, beispielsweise mit einem Kugellager, besteht in der weitestgehenden Reibungslosigkeit. Dies stellt insbesondere im Hinblick auf den Verschleiß einen Vorteil dar. Andererseits wird erst hierdurch eine Lagerung von sehr schnell drehenden Rotoren ermöglicht. Eine Schwierigkeit bei elektromagnetischen Lagerungen besteht darin, dass eine elektronische Regelung der Position des zu lagernden Objektes unabdingbar ist. Dazu ist prinzipiell die Bestimmung der Position des Objektes relativ zum Elektromagneten notwendig. Zusätzlich kann die direkte Bestimmung der Geschwindigkeit, mit der eine Lageänderung vollzogen wird, erfolgen. Klassischerweise erfolgt die Bestimmung der Position direkt mit einem Positionssensor. Allerdings ist der Einsatz eines Positionssensors mit gewissen Nachteilen verbunden. Hierbei sind insbesondere zu nennen, dass ein Positionssensor zusätzliche Kosten aufwirft, für den Einbau des Sensors ein gewisser Bauraum erforderlich ist und der Sensor, falls er ausfällt, für einen Ausfall des gesamten Magnetlagersystems verantwortlich sein kann.

[0004] Aus diesem Grund wurde in den letzten Jahren eine Vielzahl von sogenannten sensorlosen bzw. positionssensorlosen Verfahren zur Regelung eines Magnetlagers vorgeschlagen. Diese Verfahren verzichten auf den Einsatz eines Positionssensors und versuchen stattdessen, basierend auf der Messung des Stroms und der Spannung des Elektromagneten auf die Position und eventuell auf die Geschwindigkeit des zu lagernden Objektes zurückzuschließen. Dabei wird der Positionssensor entweder durch eine Auswerteelektronik oder durch einen Schätz- oder Beobachtungsalgorithmus ersetzt. Dieser führt eine Schätzung der aktuellen Position durch, sowie eventuell eine Schätzung der aktuellen Geschwindigkeit, jeweils bezogen auf das zu lagernde Objekt.

[0005] Bei der Betrachtung herkömmlicher Magnetlager übt ein Elektromagnet eine anziehende Kraft auf einen schwebenden Körper aus. Dieser Anziehungskraft wirken Störkräfte z. B. die Gewichtskraft des schwebenden Körpers entgegen. Es entsteht in einem bestimmten Abstand ein Kräftegleichgewicht. Bei festgehaltenem Strom steigt die Anziehungskraft, wenn sich der Körper dem Elektromagneten nähert. Sie verringert sich, falls sich der Körper dem Elektromagneten entfernt. Das Magnetlager ist aufgrund der physikalischen Eigenschaften instabil und muss deshalb geregelt werden. Die Informationen über das Bewegungsverhalten des schwebenden Körpers bezieht beispielsweise ein Regler von einem Positionssensor. Liegt ein sensorloses Magnetlager vor, so wird auf eine externe Sensorik verzichtet. Da auch beim sensorlosen Magnetlager eine Regelung notwendig ist, wird hierzu die notwendige Positionsinformation durch die luftspaltabhängigen Eigenschaften der Elektromagnete gewonnen.

[0006] Das Grundprinzip der sensorlosen Positionsbestimmung eines Magnetlagers mit Hilfe der Messung von Spannung und Strom kann anhand der **Fig. 1** betrachtet werden. **Fig. 1** zeigt eine Prinzipskizze eines Magnetlagers **10**. Es wird ein unidirektionales Lager mit einem Elektromagneten **200** betrachtet. Ein Pol **210** des Elektromagneten **200** bildet zusammen mit dem zu lagernden Objekt **100** einen Luftspalt **20**, dessen Länge l sich als Funktion der Position r des Objektes **100** verändert. Zur Berechnung des magnetischen Widerstandes R_m des Luftspaltes **20** dient die Formel

$$R_m = \frac{l}{\mu_0 A} \quad (1)$$

mit der Länge $l = l_0 - r$, der nominellen Länge l_0 sowie der effektiven Fläche A des Luftspaltes und der Permeabilität μ_0 der Luft.

[0007] Vernachlässigt man in weiterer Folge die magnetischen Widerstände des Eisenkerns des Elektromagneten **200** sowie des Objektes **100**, so errechnet sich die Induktivität L des Magnetlagers **10** in der Form der Gleichung

$$L(r) = \frac{M^2}{R_m} = \frac{M^2 \mu_0 A}{l_0 - r} \quad (2)$$

mit der Anzahl M der Windungen des Elektromagneten **200**. Es wird deutlich, dass die Induktivität des Systems indirekt proportional zum Abstand des Objektes **100** von den Polen des Elektromagneten **200** abhängt. Diese wesentliche Eigenschaft stellt die Grundlage für viele Schätz- und Beobachtungsalgorithmen zur Bestimmung der Position des Objektes **100** dar. In diesem Zusammenhang sind die Druckschriften [2, 3, 4] aus dem Stand der Technik zu nennen.

[0008] Zum sensorlosen Betrieb eines magnetischen Schwebesystems existiert eine Vielzahl von Hilfsmitteln, deren wesentliche Ansätze sowie Vor- oder Nachteile bspw. in DE 10 2008 064 380 A1 aufgezählt und analysiert werden. Dort werden beobachterbasierte Verfahren, Parameterschätzverfahren sowie verschiedene Gruppen von Verfahren zur Induktivitätsbestimmung diskutiert. Bei letzteren Verfahren wird ausgenutzt, dass die Induktivität des Magnetlagers von der Position des Objektes abhängt. Eine Messung der Induktivität lässt also eine Bestimmung der Objektposition zu.

[0009] Die DE 10 2008 064 380 A1 selbst, auf der die vorliegende Anmeldung aufbaut, schlägt schließlich ein Verfahren zur sensorlosen Zustandsschätzung von Magnetschwebesysteme vor, bei dem durch Auswertung des Stroms und der Spannung die Position zu bestimmen ist. In dem dort beschriebenen Verfahren kann jedoch eine Ungenauigkeit auftreten, da der elektrische Widerstand des Magnetlagers, der in die Bestimmung der Induktivität eingehen muss, nicht ausreichend berücksichtigt wird.

[0010] Der Erfindung liegt somit die Aufgabe zugrunde, ein Verfahren zur Adaption eines Widerstandswertes eines Elektromagneten eines Magnetlagers bereit zu stellen. Darüber hinaus ist es eine Aufgabe der Erfindung, ein verbessertes Verfahren zur sensorlosen Positionsermittlung eines in einem magnetischen Lager gelagerten Objekts unter Berücksichtigung des adaptierten Widerstandswertes anzugeben.

[0011] Diese Aufgaben werden durch die in den unabhängigen Ansprüchen angegebenen Erfindungen gelöst. Vorteilhafte Ausgestaltungen ergeben sich aus den abhängigen Ansprüchen.

[0012] Das erfindungsgemäße Verfahren zur Adaption eines Wertes eines elektrischen Widerstandes eines Magnetlagers weist die folgenden Schritte auf:

- Ansteuerung mindestens eines Elektromagneten des Magnetlagers mittels einer pulsweitenmodulierten (PWM) Spannung, wobei der zeitliche Verlauf der pulsweitenmodulierten Spannung zumindest eine erste Phase ($j = 1$), insbesondere eine Aufladephase, und zumindest eine zweite Phase ($j = 2$), insbesondere eine Entladephase, aufweist,
- Messung und Auswertung von Strom i und Spannung u des Elektromagneten zur Ermittlung eines ersten und eines zweiten Induktivitätswertes \hat{L}_1^{LS} , \hat{L}_2^{LS} in der ersten Phase ($j = 1$) und in der zweiten Phase ($j = 2$),
- Schätzung, insbesondere Least-Squares-Schätzung, des ersten Induktivitätswertes \hat{L}_1^{LS} für die erste Phase ($j = 1$) und des zweiten Induktivitätswertes \hat{L}_2^{LS} für die zweite Phase ($j = 2$), wobei bei der Schätzung der Induktivitätswerte \hat{L}_1^{LS} , \hat{L}_2^{LS} der elektrische Widerstand R_n des magnetischen Lagers, insbesondere des Elektromagneten des magnetischen Lagers, berücksichtigt wird,
- Bestimmung des Induktivitätsfehlers $\Delta \hat{L} = \hat{L}_2^{LS} - \hat{L}_1^{LS}$ und
- Adaption des elektrischen Widerstands dadurch, dass der Induktivitätsfehler $\Delta \hat{L}$ zu Null geregelt wird.

[0013] Die Widerstandsadaption besteht dabei aus einem Tiefpassfilter und einem I-Regler.

[0014] Der Induktivitätsfehler $\Delta \hat{L}$ wird mit Hilfe eines I-Reglers

$$\frac{d}{dt} \hat{R} = - \frac{1}{T_{RA}} \Delta \bar{L}$$

zu Null geregelt und ggf. vorher mit Hilfe einer Tiefpassfilterung

$$\frac{d}{dt} \Delta \bar{L} = -\frac{1}{T_{LF}} (\Delta \bar{L} - \Delta \hat{L})$$

gefiltert.

[0015] Das erfindungsgemäße Verfahren zur sensorlosen Positionsermittlung eines in einem magnetischen Lager gelagerten Objekts relativ zu dem magnetischen Lager, insbesondere relativ zu einem Elektromagneten des magnetischen Lagers, weist die folgenden Schritte auf:

- Ansteuerung mindestens eines Elektromagneten des Magnetlagers mittels einer pulswellenmodulierten (PWM) Spannung, wobei der zeitliche Verlauf der pulswellenmodulierten Spannung zumindest eine erste Phase ($j = 1$), insbesondere eine Aufladephase, und zumindest eine zweite Phase ($j = 2$), insbesondere eine Entladephase, aufweist,
- Messung und Auswertung von Strom i und Spannung u des Elektromagneten zur Ermittlung eines ersten und eines zweiten Induktivitätswertes \hat{L}_1^{LS} , \hat{L}_2^{LS} in der ersten Phase ($j = 1$) und in der zweiten Phase ($j = 2$),
- Schätzung, insbesondere Least-Squares-Schätzung, des ersten Induktivitätswertes \hat{L}_1^{LS} für die erste Phase ($j = 1$) und des zweiten Induktivitätswertes \hat{L}_2^{LS} für die zweite Phase ($j = 2$), wobei bei der Schätzung der Induktivitätswerte \hat{L}_1^{LS} , \hat{L}_2^{LS} der elektrische Widerstand R_n des magnetischen Lagers, insbesondere des Elektromagneten des magnetischen Lagers, berücksichtigt wird,
- Berechnung der Position des Objekts relativ zum magnetischen Lager anhand der geschätzten Induktivitätswerte \hat{L}_1^{LS} , \hat{L}_2^{LS} .

[0016] Dabei wird der elektrische Widerstand R_n mit dem oben beschriebenen, erfindungsgemäßen Verfahren zur Widerstandsadaptation ermittelt.

[0017] Zur Berechnung der Position des Objekts wird eine aus den geschätzten Induktivitätswerten \hat{L}_1^{LS} , \hat{L}_2^{LS} gemittelte Induktivität \bar{L} verwendet.

[0018] Ggf. wird eine Geschwindigkeit des Objekts ebenfalls aus den geschätzten Induktivitätswerten \hat{L}_1^{LS} , \hat{L}_2^{LS} berechnet.

[0019] In der ersten Phase ($j = 1$) wird an N_1 Messpunkten und in der zweiten Phase ($j = 2$) wird an N_2 Messpunkten der Strom

$$i_{k_j, j} \text{ (mit } k_j = 0, \dots, N_j - 1)$$

gemessen.

[0020] Für die erste Phase ($j = 1$) und für die zweite Phase ($j = 2$) wird jeweils aus den an den N_j Messpunkten gemessenen Stromwerten

$$i_{k_j, j} \text{ (mit } k_j = 0, \dots, N_j - 1)$$

ein Strommittelwert \bar{i}_j gebildet.

[0021] Für die erste Phase ($j = 1$) und für die zweite Phase ($j = 2$) wird, insbesondere mittels eines Least-Squares-Verfahrens, jeweils eine Stromanfangsbedingung $\hat{i}_{0, j}$ und eine Stromendbedingungen

$$\hat{i}_{N_j - 1, j}$$

ermittelt. Aus diesen Bedingungen werden Stromhübe

$$\Delta i_j = \hat{i}_{N_j - 1, j} - \hat{i}_{0, j}$$

der ersten Phase ($j = 1$) und der zweiten Phase ($j = 2$) bestimmt, wobei die Stromhübe Δi_j in die Schätzung der Induktivitätswerte \hat{L}_1^{LS} , \hat{L}_2^{LS} eingehen.

[0022] Zur Berechnung des Mittelwertes \bar{L} der Induktivität, aus dem schließlich die Position und/oder die Geschwindigkeit des Objekts berechnet wird, werden verwendet

- die aus den Stromanfangs- und Stromendbedingungen ermittelten Stromhübe

$$\Delta i_j = \hat{i}_{N_j-1,j} - \hat{i}_{0,j},$$

- die Anzahl der Messpunkte N_1 , N_2 ,
- die Strommittelwerte \bar{i}_j der ersten ($j = 1$) und der zweiten Phase ($j = 2$) und
- die Differenz der geschätzten Induktivitätswerte \hat{L}_1^{LS} , \hat{L}_2^{LS} der ersten ($j = 1$) und der zweiten Phase ($j = 2$).

[0023] Die in dieser Erfindung betrachtete Positionsschätzung beruht auf der Identifikation des aktuellen Induktivitätswertes $L(r)$ mit dessen Hilfe auf die aktuelle Position r des zu lagern- den Objektes rückgerechnet werden kann. Im Gegensatz zu in der Literatur bekannten Verfahren zur Schätzung der Induktivität wird in dieser Erfindung kein zusätzliches Messsignal, wie beispielsweise ein sinusförmiges, in die Ansteuerung der Spule eingespeist, sondern es wird direkt die Ansteuerung mit einer pulswertenmodulierten Spannung durchgeführt.

[0024] Der Vorteil besteht darin, dass keine zusätzliche Hardware zur Erzeugung und zur Erfassung des zusätzlichen Messsignals notwendig ist. Die in der Literatur bekannten Verfahren [2, 3], welche auf einer Auswertung der pulswertenmodulierten Spannung beruhen, weisen den Nachteil auf, dass eine Änderung der Pulsweite zu einer wesentlichen Verfälschung des identifizierten Induktivitätswertes und damit der identifizierten Position führen. In der vorliegenden Erfindung wird diese Problematik durch eine entsprechende Auswertung der Messsignale umgangen.

[0025] Die meisten Schätzverfahren zur Bestimmung der Induktivität verwenden eine aufwändige analoge Vorverarbeitungselektronik [1]. Anhand der Erfindung erfolgt vorteilhaft die gesamte Verarbeitung der Messsignale digital. Um die in der Verarbeitung benötigten geringen Abtastzeiten bzw. hohen Abtastraten zu ermöglichen, ist, wie in der Beschreibung der Erfindung gezeigt wird, die Entwicklung entsprechender Algorithmen unumgänglich.

[0026] Der in dieser Erfindung entwickelte Schätzalgorithmus besteht im Wesentlichen aus einem Least-Squares Schätzer zur Bestimmung der Induktivität in den einzelnen PWM-Phasen, d. h. in der Auflade- und der Entladephase. Wie im Folgenden gezeigt wird, kann dieser Least-Squares Schätzer wiederum in zwei Teilaufgaben unterteilt werden, was zu einer äußerst effizienten Implementierung führt.

[0027] Weiterhin kann eine modellbasierte Berechnung der Position und/oder Geschwindigkeit des zu lagern- den Objektes angewandt werden.

[0028] Im Folgenden werden anhand der begleitenden schematischen Figuren Ausgestaltungen der Erfindung beschrieben.

[0029] **Fig. 1** zeigt eine Prinzipskizze eines Magnetlagers,

[0030] **Fig. 2** zeigt ein elektrisches Ersatzschaltbild eines magnetischen Schwebesystems und ein zugehöriges Diagramm mit Auf- und Entladevorgang der Spule,

[0031] **Fig. 3** zeigt den Auf- und Entladevorgang des Spulenstroms i bei pulswertenmodulierter Spannungseinspeisung PWM.

[0032] Um die Magnetkraft auf das in der **Fig. 1** dargestellte Objekt **100** zu berechnen, definiert man die magnetische Ko-Energie

$$W_m = \frac{1}{2} L(r) i^2 \quad (3)$$

mit dem Strom i durch den ebenfalls in der **Fig. 1** dargestellten Elektromagneten. Man erhält damit direkt den folgenden Ausdruck für die Magnetkraft f_m

$$f_m = - \frac{\partial W_m}{\partial r} . \quad (4)$$

Um die in dieser Erfindung gelöste Aufgabenstellung nochmals kurz darzustellen, ist in **Fig. 2** das elektrische Ersatzschaltbild eines einfachen Magnetlagers dargestellt.

[0033] Darin bezeichnet R den effektiven elektrischen Widerstand der Spule und der Zuleitungen und u_{PWM} ist die angelegte pulswidenmodulierte Spannung.

[0034] Schreibt man das Induktionsgesetz für dieses System an, so erhält man

$$\frac{di}{dt} = \frac{1}{L(r)} \left(- R \cdot i - \frac{\partial L(r)}{\partial r} w + u_{PWM} \right), i(0) = i_0, \quad (5)$$

wobei $w = r$ die Geschwindigkeit des zu lagernden Objektes ist.

[0035] Das Anlegen einer pulswidenmodulierten Spannung bewirkt, dass der Strom i in einer ersten Phase der PWM, der sogenannten Aufladephase, in einem Zeitraum $0 \leq t \leq \chi T_{PWM}$ ansteigt und in einer daran anschließenden zweiten Phase der PWM, der sogenannten Entladephase, in einem Zeitraum $\chi T_{PWM} \leq t \leq T_{PWM}$ abfällt. Dabei werden mit T_{PWM} die die beiden Phasen umfassende Periodendauer der pulswidenmodulierten Spannung und mit $0 \leq \chi \leq 1$ das Tastverhältnis bezeichnet. χ gibt demzufolge das Verhältnis der Zeitdauern der ersten und der zweiten Phase an. Damit ergibt sich in etwa ein Stromverlauf wie er in der rechten Seite von **Fig. 2** dargestellt ist.

[0036] Betrachtet man nochmals das Induktionsgesetz (5), so erkennt man, dass die Amplitude bzw. die Steigungen des Stromverlaufs einerseits durch die Induktivität $L(r)$, dies ist der primäre Messeffekt, andererseits jedoch auch durch den elektrischen Widerstand R , die Geschwindigkeit w des Objekts **100** sowie die Amplitude und das Tastverhältnis der Versorgungsspannung u beeinflusst wird.

[0037] Die Aufgabe der Positionsschätzung ist es nun, im ersten Schritt aus den Messungen des Stroms und der Spannung einen Wert der Induktivität zu schätzen und daraus die Position r zu bestimmen. Die besondere Schwierigkeit besteht darin, dies möglichst unabhängig von den anderen Einflussfaktoren zu realisieren.

[0038] Least-Squares-Schätzer/Schätzer nach dem Prinzip der Summe der kleinsten Fehlerquadrate Die Induktivitätsschätzung beruht auf dem Induktionsgesetz der Elektrodynamik, welches mit Hilfe einer äquidistanten Zeitdiskretisierung wie in **Fig. 3** veranschaulicht so aufbereitet wird, dass ein lineares Least-Squares-Verfahren zur rekursiven Bestimmung der Induktivität angewandt werden kann.

[0039] Die **Fig. 3** zeigt den zeitlichen Verlauf des Stromes i in der ersten und in der zweiten Phase. Die Strommessung wird in der Aufladephase bzw. in der ersten Phase ($j = 1$) an N_1 diskreten Messpunkten k_1 vorgenommen, d. h. es ergeben sich N_1 Messwerte

$$i_{k_1,1} \text{ (mit } k_1 = 0, \dots, N_1 - 1)$$

für den Strom. Dementsprechend werden in der Entladephase bzw. in der zweiten Phase ($j = 2$) an N_2 diskreten Messpunkten N_2 Strommessungen vorgenommen und es ergeben sich N_2 Messwerte

$$i_{k_2,2} \text{ (mit } k_2 = 0, \dots, N_2 - 1)$$

für den Strom. Entsprechendes gilt für die Spannungsmessung.

[0040] Zur Induktivitätsschätzung wird jeweils eine Least-Squares-Schätzung für die Auf- und die Entladephase vorgenommen und es werden somit zwei Einzelinduktivitäten \hat{L}_j^{LS} und zwei Stromanfangsbedingungen $\hat{i}_{0,j}$ pro PWM-Periode gewonnen. Dabei gilt sowohl hier als auch im Folgenden jeweils $j \in \{1,2\}$, wobei $j = 1$ die erste Phase (Aufladephase) und $j = 2$ die zweite Phase (Entladephase) bezeichnet.

[0041] Außerdem wird mit einer weiteren Least-Squares-Schätzung ebenso die Stromendbedingung

$\hat{i}_{N_j-1, j}$

der Teilstromverläufe bestimmt, welche in der späteren modellbasierten Ermittlung der Position und Geschwindigkeit verwendet werden.

[0042] Die Begriffe „Stromanfangsbedingung“ bzw. „Stromendbedingung“ bezeichnen also den Stromwert zu Anfang bzw. am Ende einer jeweiligen Phase ($j = 1$ oder $j = 2$), d. h. für $k_j = 0$ bzw. $k_j = N_j - 1$.

[0043] Das Least-Squares-Verfahren kann in Form eines Multiratenverfahrens aufgebaut werden, so dass mit einer kleinen Abtastzeit T_S die zu bestimmenden Einträge der so genannten Regressoren berechnet werden und anschließend die eigentliche Regression, d. h. die Bestimmung der Teilinduktivitäten und der Anfangs- und Endbedingungen des Stroms, mit einer wesentlich größeren Abtastzeit T_r , welche im Allgemeinen ein ganzzahliges Vielfaches der Periodendauer der PWM ist, vorgenommen werden kann.

Schätzung der Induktivität und Stromanfangsbedingung

[0044] Schreibt man das Induktionsgesetz

$$\dot{\psi}(t) = u(t) - Ri(t), \quad \psi(0) = \psi_0 \quad (6)$$

für einen konstanten elektrischen Widerstand R an und integriert über die Zeit $\Delta t = t - t_0$, so erhält man

$$\int_{t_0}^t \dot{\psi}(\tau) d\tau = \psi(t) - \psi(t_0) = \int_{t_0}^t u(\tau) - Ri(\tau) d\tau. \quad (7)$$

[0045] Berücksichtigt man weiter die Abhängigkeit der Induktivität $L(r)$ von der Position r des Objekts im Zusammenhang zwischen der Flussverkettung $\psi(t)$ und dem Strom $i(t)$,

$$\psi(t) = L(r(t)) \cdot i(t), \quad (8)$$

dann lässt sich Gleichung (7) in der Form

$$L(r(t)) \cdot i(t) - L(r(t_0)) \cdot i(t_0) = \int_{t_0}^t u(\tau) - R \cdot i(\tau) d\tau, \quad (9)$$

schreiben und nach dem Strom $i(t)$ aufgelöst erhält man

$$i(t) = \frac{L(r(t_0))}{L(r(t))} i(t_0) + \frac{1}{L(r(t))} \int_{t_0}^t u(\tau) - R \cdot i(\tau) d\tau. \quad (10)$$

[0046] Nimmt man vorerst an, dass die Änderungen der Induktivität $L(r)$ über eine PWM-Periode vernachlässigbar sind, d. h. $L(r(t)) = L(r(t_0))$, und diskretisiert das Integral $\tilde{\psi}(t)$ bspw. als Untersumme mit der äquidistanten Integrationsschrittweite T_S (andere Diskretisierungsverfahren sind natürlich ebenso möglich), so erhält man für die erste und zweite Phase ($j = 1, 2$) für N_j Messungen von Spannung

$u_{k_j, j}$ und Strom $i_{k_j, j}$

das diskretisierte Integral (vgl. **Fig. 3**):

$$\begin{aligned} \tilde{\psi}_{0j} &= 0 && \text{für } k_j = 0 \text{ und } j \in \{1, 2\} \\ \tilde{\psi}_{k_j} &= \sum_{m_j=1}^{k_j} (u_{m_j-1, j} - R \cdot i_{m_j-1, j}) T_S && \text{für } k_j = 1, \dots, N_j - 1 \text{ und } j \in \{1, 2\} \end{aligned}$$

[0047] Unter der Annahme, dass die Induktivität für die Zeit einer steigenden Flanke (erste Phase) und einer fallenden Flanke (zweite Phase) einer PWM-Periodendauer konstant bleibt, ergibt sich der Zusammenhang

$$i_{k_j} = L_j^{-1}(\psi_{0j} + \tilde{\psi}_{k_j}) i_{0j} + L_j^{-1} \tilde{\psi}_{k_j}, \quad \text{für } k_j = 0, \dots, N_j - 1 \text{ und } j \in \{1, 2\} \quad (11)$$

nach Gleichung (10) zwischen dem Spulenstrom und der Flussverkettung mit der Stromanfangsbedingung $i_{0j} = L_j^{-1} \psi_{0j}$.

[0048] Wird die Untersumme zusätzlich auf die Schrittweite T_s normiert, so dass $\tilde{\psi}_j = \tilde{\psi}_j$ gilt, ergibt sich die normierte Induktivität $\tilde{L}_j^{-1} = L_j^{-1} T_s$ als formaler Parameter und Gleichung (10) lässt sich in Vektorschreibweise wie folgt darstellen:

$$i_{k_j} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ \tilde{\psi}_{k_j} \end{bmatrix}}_{\hat{a}_{k_j}} \underbrace{\begin{bmatrix} i_{0_j} \\ \tilde{L}_{k_j}^{-1} \end{bmatrix}}_{\hat{\theta}_j} \quad \text{für } k_j = 1, \dots, N_j - 1 \text{ und } j \in \{1, 2\} \quad (12)$$

[0049] Für N_j Messungen erhält man demnach

$$\underbrace{\begin{bmatrix} i_{0_j} \\ i_{1_j} \\ \vdots \\ i_{N_j-1_j} \end{bmatrix}}_{y_j} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & \tilde{\psi}_{0_j} \\ 1 & \tilde{\psi}_{1_j} \\ \vdots & \vdots \\ 1 & \tilde{\psi}_{N_j-1_j} \end{bmatrix}}_{S_j} \underbrace{\begin{bmatrix} i_{0_j} \\ \tilde{L}_{1_j}^{-1} \\ \vdots \\ \tilde{L}_{N_j-1_j}^{-1} \end{bmatrix}}_{\hat{\theta}_j}, \quad j \in \{1, 2\} \quad (13)$$

mit dem $(N_j \times 1)$ -dimensionalen Messvektor y_j und der $(N_j \times 2)$ -dimensionalen Regressionsmatrix S_j . Die bestmögliche Approximation $\hat{a}_j = [\hat{1}_{0j} \ \hat{L}_j^{-1}]^T$ ist im Sinne der kleinsten Fehlerquadrate gegeben durch

$$\hat{a}_j (S_j^T S_j)^{-1} S_j^T y_j = \Xi_j^{-1} \xi_j, \quad j \in \{1, 2\}. \quad (14)$$

[0050] Dabei ergibt sich die symmetrische (2×2) -Matrix

$$S_j^T S_j = \begin{bmatrix} N_j & \sum_{k_j=0}^{N_j-1} \tilde{\psi}_{k_j} \\ \sum_{k_j=0}^{N_j-1} \tilde{\psi}_{k_j} & \sum_{k_j=0}^{N_j-1} \tilde{\psi}_{k_j}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Xi_{11_j} & \Xi_{12_j} \\ \Xi_{21_j} & \Xi_{22_j} \end{bmatrix} \quad (14A)$$

und der (2×1) -Vektor

$$S_j^T y_j = \begin{bmatrix} \sum_{k_j=0}^{N_j-1} i_{k_j} \\ \sum_{k_j=0}^{N_j-1} i_{k_j} \tilde{\psi}_{k_j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_{1_j} \\ \xi_{2_j} \end{bmatrix}. \quad (14B)$$

[0051] An dieser Stelle kann man nun die Aufteilung des Algorithmus der Least-Squares Identifikation für die Stromanfangsbedingung und die (inverse) Induktivität in zwei unterschiedlichen Abstraten darstellen. Die N_j Messwerte des Stroms

i_{k_j}

werden mit der schnellen Abtastzeit T_s aufgenommen. In jedem dieser schnellen Abtastschritte müssen die Einträge der symmetrischen Matrix $S_j^T S_j$ und der Matrix $S_j^T y_j$ auf den aktuellen Stand gebracht werden. Wie ersichtlich, erfordert dies aber nur die einfachen Rechenoperationen Summation und Multiplikation. Insbesondere muss für den Eintrag

Ξ_{11_j}

nur die Anzahl der Messwerte angegeben werden. Weiterhin erfordert die Berechnung von

Ξ_{22} ,

eine zusätzliche Multiplikation und Addition. Schließlich benötigt man zur Berechnung des Eintrags

 ξ_{1i} ,

eine Addition und für

 ξ_{2i} ,

eine Multiplikation und eine Addition.

[0052] Wie man erkennen kann, sind also nur sehr wenige, relativ einfache Operationen innerhalb eines Abtastschrittes T_S notwendig. Die Messwerte des Stroms und der Spannung werden mit Hilfe eines ADCs (Analog-Digital-Wandler bzw. „Analog-Digital-Converter“) ermittelt und liefern entsprechend ihrer Auflösung einen Integer-Wert. Daher können die obigen Operationen bspw. in einem Fixkomma-Prozessor ohne maßgeblichen Verlust an Genauigkeit ermittelt werden.

[0053] Zur Berechnung der Induktivität und der Stromanfangsbedingung muss im letzten Schritt die Inverse der Matrix $S_j^T S_j$ berechnet und mit $S_j^T y_j$ multipliziert werden. Diese Operationen sind numerisch wesentlich sensibler und sollten daher bspw. auf einem Gleitkomma-Prozessor ausgeführt werden. Da diese Operationen jedoch nur einmal in einer PWM-Periode durchgeführt werden müssen (es gilt $T_{PWM} \gg T_S$), kann auch für diese Berechnung ein sehr einfacher und daher günstiger Prozessor zur Anwendung kommen.

[0054] Zusammenfassend können also die obigen Berechnungen auf eine schnelle Berechnung auf einem Fixkomma-Prozessor und auf eine langsame Berechnung auf einem Gleitkomma-Prozessor aufgeteilt werden.

Schätzung der Stromendbedingung

[0055] Zur modellbasierten Berechnung der Position und/oder Geschwindigkeit werden die Stromhübe

$$\Delta i_j = i_{N_j-1} - i_{0_j} \quad \text{mit } j \in \{1,2\}$$

benötigt. Mit der vorangegangenen Bestimmung der Stromanfangsbedingung

 i_{0_j}

für kann in einer zusätzlichen LeastSquares-Schätzung die Stromendbedingungen

 i_{N_j-1}

geschätzt werden. Dazu wird der Stromverlauf $i(t)$ mit einer linearen diskreten Approximation über die beiden Phasen $j = 1$ und $j = 2$ abgeschätzt. Es ergibt sich damit in Vektorschreibweise die folgende Gleichung mit den Steigungen η_j und der Schrittweite T_S :

$$i_{k_j} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & k_j \end{bmatrix}}_{a_{k_j}} \underbrace{\begin{bmatrix} i_{0_j} \\ \eta_j T_S \end{bmatrix}}_{p_j} \quad \text{für } k_j = 0, \dots, N_j - 1 \quad \text{und } j \in \{1,2\}. \quad (15)$$

[0056] Für $N_j, j \in \{1,2\}$ Messungen erhält man demnach

$$\underbrace{\begin{bmatrix} i_{0,j} \\ i_{1,j} \\ \vdots \\ i_{N_j-1} \end{bmatrix}}_{h_j} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & N_j - 1 \end{bmatrix}}_{Q_j} \underbrace{\begin{bmatrix} i_{0,j} \\ \eta_j T_s \end{bmatrix}}_{p_j} \text{ mit } j \in \{1,2\} \quad (16)$$

mit dem $(N_j \times 1)$ -dimensionalen Messvektor h_j und der $(N_j \times 2)$ -dimensionalen Regressionsmatrix Q_j für das Ausgleichsproblem $\hat{p}_j = (Q_j^T Q_j)^{-1} Q_j^T h_j$.

[0057] Die Stromendbedingungen \hat{i}_{N_j-1} können dann nach

$$\hat{i}_{N_j-1} = \hat{i}_{0,j} + \hat{\eta}_j T_s (N_j - 1) = \hat{p}_{1,j} + \hat{p}_{2,j} (N_j - 1) \quad (17)$$

berechnet werden. Zu beachten ist, dass lediglich ein weiterer Eintrag zusätzlich in der schnellen Abtastzeit T_s ermittelt werden muss.

Modellbasierte Mittelung

[0058] Durch das Least-Squares-Verfahren erhält man pro PWM-Periode jeweils für die steigende und fallende Flanke bzw. für die erste und die zweite Phase zwei Werte für die Induktivität sowie zwei Werte jeweils für die Stromanfangs- und Stromendwerte. Die einfachste Möglichkeit, aus den beiden Induktivitäten \hat{L}_1^{LS} , \hat{L}_2^{LS} eine Position zu berechnen, ist eine Mittelung der Werte und eine modellbasierte Rückrechnung mit Hilfe von Gleichung (10). Diese sehr einfache Vorgehensweise führt jedoch zu mehreren Nachteilen: (i) Der Einfluss der Geschwindigkeit des zu lagernden Objektes wird nicht berücksichtigt, (ii) eine Änderung des Tastverhältnisses der PWM bleibt unberücksichtigt und (iii) die Geschwindigkeit des Objektes müsste durch näherungsweise Differentiation der Position ermittelt werden.

[0059] Um nun diese Probleme zu umgehen, wird erfindungsgemäß ein geeigneter Berechnungsalgorithmus beschrieben. Dazu werden mit Hilfe der aus den Stromanfangs- und Stromendbedingungen gebildeten Stromhübe

$$\Delta i_j,$$

der Anzahl der Messpunkte N_j und der Strommittelwerte der beiden Phasen mit $j \in \{1,2\}$ in Kombination mit der Differenz der Einzelinduktivitäten \hat{L}_1^{LS} , \hat{L}_2^{LS} der Teilperioden modellbasiert die Position und Geschwindigkeit des zu lagernden Objektes errechnet.

Induktivitätsermittlung

[0060] Bei der Ermittlung der Schätzwerte \hat{L}_j^{LS} mit Hilfe der Least-Squares-Identifikation wurde angenommen, dass die Induktivität während der Zeit der steigenden und fallenden Flanke einer PWM-Periodendauer konstant ist, d. h. es wurde letztlich die Gleichung

$$\hat{L}_j^{LS} \frac{di(t)}{dt} = u - R \cdot i, \quad i(0) = i_0, \quad j \in \{1,2\} \quad (18)$$

mit dem elektrischen Widerstand R verwendet. Eine Integration über die Zeitspanne $\Delta t_j = t_{1,j} - t_{0,j}$ liefert damit

$$\hat{L}_j^{LS} = \frac{1}{\Delta i_j} \int_{t_{0,j}}^{t_{1,j}} u(\tau) - R \cdot i(\tau) d\tau \quad (19)$$

wobei mit $\Delta i_j = i(t_{1,j}) - i(t_{0,j})$ der Stromhub innerhalb dieser

Zeitspanne bezeichnet wird.

[0061] Für den Fall, dass sich das Objekt bewegt, dass also für die Geschwindigkeit gilt $w \neq 0$, muss das totale Differential der Flussverkettung in der Form

$$\frac{d\psi(t)}{dt} = \frac{dL(t)}{dt} i(t) + L(t) \frac{di(t)}{dt} = u(t) - R \cdot i(t) \quad (20)$$

verwendet und über die Zeitspanne $\Delta t_j = t_1 - t_0$, integriert werden.

$$\int_{t_0}^{t_1} u(\tau) - R \cdot i(\tau) d\tau = \int_{t_0}^{t_1} \frac{dL(\tau)}{d\tau} i(\tau) d\tau + \int_{t_0}^{t_1} L(\tau) \frac{di(\tau)}{d\tau} d\tau \quad (21)$$

[0062] Dividiert man diese Gleichung durch den Stromhub und ersetzt die linke Seite durch die geschätzte Induktivität \hat{L}_j^{LS} , so erhält man

$$\hat{L}_j^{LS} = \frac{1}{\Delta i_j} \int_{t_0}^{t_1} \left(\frac{dL(\tau)}{d\tau} i(\tau) + L(\tau) \frac{di(\tau)}{d\tau} \right) d\tau \quad (22)$$

[0063] Zur weiteren Berechnung werden folgende Annahmen getroffen, welche in den meisten Fällen sehr gut erfüllt sind:

– Die zeitliche Ableitung des Stroms wird durch

$$\frac{di_j(\tau)}{dt} \approx \frac{\Delta i_j}{\Delta t_j} \quad (23)$$

abgeschätzt. Diese Annahme ist dann sehr gut erfüllt, wenn die PWM-Periodendauer hinreichend klein und somit der Stromverlauf annähernd dreiecksförmig ist.

– Es wird angenommen, dass die zeitliche Ableitung der Induktivität innerhalb einer Periodendauer der PWM konstant ist, d. h. $dL(t)/dt = \dot{L} = \text{konst.}$

[0064] Setzt man diese Annahmen in Gleichung (22) ein, so erhält man unmittelbar

$$\hat{L}_j^{LS} = \frac{\dot{L}}{\Delta i_j} \int_{t_0}^{t_1} i(\tau) d\tau + \frac{1}{\Delta t_j} \underbrace{\int_{t_0}^{t_1} L(\tau) d\tau}_{\bar{L}} \quad (24)$$

[0065] Dabei ist \bar{L} der zu schätzende Mittelwert von $L(t)$.

[0066] Führt man weiterhin die Strommittelwerte über eine Teilperiode

$$\bar{i}_j = \frac{1}{T_s N_j} \int_{t_0}^{t_1} i(\tau) d\tau \approx \frac{1}{N_j} \sum_{k_j=0}^{N_j-1} i_k \quad (25)$$

mit der Abtastzeit T_s und der Anzahl der Messpunkte N_j ein, so errechnet sich die zu schätzende mittlere Induktivität gemäß

$$\bar{L} = \hat{L}_1^{LS} - \dot{L} T_s \frac{N_1 \bar{i}_1}{\Delta i_1} = \hat{L}_2^{LS} - \dot{L} T_s \frac{N_2 \bar{i}_2}{\Delta i_2} \quad (26)$$

aus den Least-Squares-Schätzungen der jeweiligen Teilperioden. Es ist erkennbar, dass durch eine geeignete Gewichtung der beiden Least-Squares-Schätzungen \hat{L}_j^{LS} der unerwünschte Effekt einer Induktivitätsänderung \dot{L} und somit der Einfluss der Geschwindigkeit w des Objektes kompensierbar ist.

[0067] Eine einfache Umrechnung der Gleichung (26) mit Elimination der zeitlichen Ableitung der Induktivität führt zum Mittelwert der Induktivität

$$\bar{L} = \frac{N_2 \bar{i}_2 \Delta i_1 \hat{L}_1^{LS} - N_1 \bar{i}_1 \Delta i_2 \hat{L}_2^{LS}}{N_2 \bar{i}_2 \Delta i_1 - N_1 \bar{i}_1 \Delta i_2} \quad (27)$$

[0068] Man beachte, dass alle darin vorkommenden Größen in der Least-Squares-Identifikation bereits berechnet wurden. Damit ist es also möglich, auch dann einen sinnvollen Schätzwert für die Induktivität des Systems zu bekommen, wenn das zu lagernde Objekt nicht still steht, d. h. $w \neq 0$.

[0069] Für den Sonderfall nur kleiner Änderungen des Mittelwerts des Stromes gilt, dass die Stromhöhe $\Delta i_1 \approx \Delta i_2$ und damit die Strommittelwerte $\bar{i}_1 \approx \bar{i}_2$ ungefähr gleich sind, womit die Mittelung zu einer gewichteten kreuzweisen Mittelung

$$\bar{L} = \frac{N_1 \hat{L}_2^{LS} + N_2 \hat{L}_1^{LS}}{N_2 + N_1} \quad (28)$$

degeneriert. Diese Berechnung ist natürlich wesentlich einfacher zu bewerkstelligen, liefert aber evtl. ungenaue Ergebnisse, wenn z. B. durch einen Regler große Änderungen im Strom (und damit im Tastverhältnis) vorgegeben werden.

Positionsbestimmung aus der mittleren Induktivität

[0070] In den obigen Schritten wurde der Mittelwert \bar{L} der Induktivität sowie für die zeitliche Ableitung \dot{L} der Induktivität bestimmt. Im letzten Schritt muss aus diesen Werten die aktuelle Position r und/oder die Geschwindigkeit w des zu lagernden Objektes bestimmt werden.

[0071] Dazu verwendet man den auf dem Reluktanzmodell gemäß Gleichung (2) basierenden Modellansatz zur Beschreibung der Induktivität $L(r)$ als Funktion der Position r des zu lagernden Objektes. Bezeichnet man mit $L^M(r)$ den funktionalen Zusammenhang der Induktivität mit der Position r , so erhält man einen Schätzwert \hat{r} der Position durch Inversion dieses Zusammenhangs:

$$\hat{r} = (L^M(r))^{-1}(\bar{L}) \quad (29)$$

[0072] Zur Stabilisierung des zu lagernden Objektes wird vielfach auch die Geschwindigkeit w benötigt. Klassischerweise wird diese durch näherungsweise Differentiation der geschätzten Position \hat{r} ermittelt. Diese Vorgehensweise hat jedoch den Nachteil, dass Messrauschen zu einem stark verrauschten Schätzwert für die Geschwindigkeit führen kann und dass durch die näherungsweise Differentiation eine Phasendrehung auftritt, welche wiederum zu Stabilitätsproblemen im geschlossenen Regelkreis führen kann.

[0073] Der in dieser Erfindung entwickelte Algorithmus kann die Geschwindigkeit direkt aus den geschätzten Induktivitätswerten ohne Differentiation errechnen. Berücksichtigt man, dass für die zeitliche Ableitung \dot{L} der Induktivität gilt

$$\dot{L} = \frac{\partial L(r)}{\partial r} \cdot w, \quad (30)$$

kann man unmittelbar folgenden Ausdruck als Schätzwert für die aktuelle Geschwindigkeit des zu lagernden Objektes ermitteln:

$$\hat{w} = \frac{\hat{L}_2^{LS} - \hat{L}_1^{LS}}{T_s} \left(\frac{\partial L^M(r)}{\partial r} \Big|_{r=\hat{r}^{LS}} \right)^{-1} \frac{\Delta i_1 \Delta i_2}{N_2 \bar{i}_2 \Delta i_1 - N_1 \bar{i}_1 \Delta i_2} \quad (31)$$

[0074] Zusammenfassend wurde in dieser Erfindung ein Algorithmus zur Schätzung der Position r und der Geschwindigkeit w eines mit Hilfe eines Magnetlagers zu lagernden Objektes entwickelt, wobei sich dieser Algorithmus durch folgende Eigenschaften auszeichnet:

- Die Berechnung kann in einen mathematisch sehr einfachen Teil, welcher mit einer schnellen Abtastzeit berechnet werden muss, und einen komplexen Teil, welcher mit einer wesentlich geringeren Abtastzeit ermittelt werden kann, aufgeteilt werden. Dies stellt insbesondere im Hinblick auf eine kostengünstige Implementierung einen wesentlichen Vorteil gegenüber herkömmlichen Verfahren dar.
- Durch eine Gewichtung der geschätzten Induktivitätswerte kann sowohl auf die Position als auch auf die Geschwindigkeit des zu lagernden Objektes geschlossen werden. Dabei können die Einflüsse der Geschwindigkeit und der Pulsweite unterdrückt werden.

Schätzung des Widerstandes und Widerstandsadaption

[0075] Bis hierhin wurde angenommen, dass der elektrische Widerstand R des elektrischen Kreises konstant und bekannt ist. Nun ändert sich dieser Widerstand im Betrieb aufgrund von Temperaturänderungen. Daher bringt eine Schätzung des Widerstands R für eine praktische Implementierung weitere Vorteile.

[0076] In einer erfindungsgemäßen Weiterbildung wird der zur sensorlosen Zustandsschätzung des Magnetlagers benötigte elektrische Widerstand basierend auf dem widerstandsabhängigen geschätzten Induktivitätsfehler adaptiert.

[0077] Bei der oben beschriebenen Ermittlung der Schätzwerte $\hat{L}_{j,s}^{LS}$ mit Hilfe der Least-Squares-Identifikation wurde angenommen, dass die Induktivität während der Zeit der steigenden ($j = 1$) und fallenden Flanke ($j = 2$) einer PWM-Periodendauer konstant ist, d. h. es wurde von Gleichung (18) ausgegangen. Betrachtet man nun den elektrischen Widerstand R_n als Überlagerung des geschätzten Widerstands \hat{R} und eines Widerstandsfehlers δR entsprechend

$$R_n = \hat{R} + \delta R, \quad (32)$$

so ergibt sich für die fehlerhafte Induktivitätsschätzung

$$\hat{L}_{j,s}^{LS} \frac{di(t)}{dt} = u - \hat{R} \cdot i(t) \text{ mit } i(0) = i_0 \text{ und } j \in \{1,2\} \quad (33)$$

[0078] Betrachtet man das totale Differential der Flussverkettung in der Form

$$\frac{d\psi(t)}{dt} = \frac{dL_n(t)}{dt} i(t) + L_n(t) \frac{di(t)}{dt} = u(t) - R_n i(t), \quad (34)$$

bzw. mit Gleichung (33)

$$\hat{L}_{j,s}^{LS} \frac{di(t)}{dt} = \frac{dL_n(t)}{dt} i(t) + L_n(t) \frac{di(t)}{dt} + \delta R i(t), \quad (35)$$

und integriert über die Zeitspanne $\Delta t_j = t_{1j} - t_{0j}$, so erhält man nach Division mit dem Stromhub

$$\hat{L}_{j,s}^{LS} = \frac{1}{\Delta i_j} \int_{t_{0j}}^{t_{1j}} \left(\frac{dL_n(\tau)}{d\tau} + \delta R \right) i(\tau) d\tau + \frac{1}{\Delta i_j} \int_{t_{0j}}^{t_{1j}} L_n(\tau) \frac{di(\tau)}{d\tau} d\tau. \quad (36)$$

[0079] Zur weiteren Berechnung werden wieder folgende Annahmen getroffen:

- Die zeitliche Ableitung des Stroms wird abgeschätzt durch:

$$\frac{di_j(t)}{dt} \approx \frac{\Delta i_j}{\Delta t_j}, j \in \{1,2\}$$

Diese Annahme ist dann sehr gut erfüllt, wenn die PWM-Periodendauer hinreichend klein und somit der Stromverlauf annähernd dreiecksförmig ist.

– Man nimmt an, dass die zeitliche Ableitung der Induktivität innerhalb einer Periodendauer der PWM konstant ist, d. h. $dL_n(t)/dt = \dot{L}_n = \text{konst.}$

[0080] Setzt man diese beiden Annahmen in (36) ein, so erhält man unmittelbar

$$\hat{L}_{j,s}^{LS} = \frac{\dot{L}_n + \delta R}{\Delta i_j} \int_{t_{0j}}^{t_{1j}} i(\tau) d\tau + \frac{1}{\Delta t_j} \underbrace{\int_{t_{0j}}^{t_{1j}} L(\tau) d\tau}_{\bar{L}_n}, \quad (37)$$

wobei \bar{L}_n der zu schätzende Mittelwert von $L_n(t)$ ist. Führt man weiterhin die Strommittelwerte über eine Teilperiode

$$\bar{i}_j = \frac{1}{T_s N_j} \int_{t_{0j}}^{t_{1j}} i(\tau) d\tau \approx \frac{1}{N_j} \sum_{k=0}^{N_j-1} i_k, \quad (38)$$

mit der Abtastzeit T_s , der Anzahl der Messpunkte $N_j, j \in \{1,2\}$, ein, so errechnet sich die zu schätzende mittlere Induktivität

$$\bar{L}_n = \hat{L}_{1,s}^{LS} - (\dot{L}_n + \delta R) T_s \frac{N_1 \bar{i}_1}{\Delta i_1}, \quad (39)$$

bzw.

$$\bar{L}_n = \hat{L}_{2,s}^{LS} - (\dot{L}_n + \delta R) T_s \frac{N_2 \bar{i}_2}{\Delta i_2}. \quad (40)$$

[0081] Die Differenz der beiden geschätzten Induktivitätswerte ergibt sich dann zu:

$$\hat{L}_{2,s}^{LS} - \hat{L}_{1,s}^{LS} = (\dot{L}_n + \delta R) T_s \left(\frac{N_2 \bar{i}_2}{\Delta i_2} - \frac{N_1 \bar{i}_1}{\Delta i_1} \right) \quad (41)$$

[0082] Ersetzt man in den Gleichungen (39) oder (40) die zeitliche Ableitung der Induktivität aus Gleichung (41), erhält man die Mittelung

$$\bar{L}_n = \frac{N_2 \bar{i}_2 \Delta i_1 \hat{L}_{1,s}^{LS} - N_1 \bar{i}_1 \Delta i_2 \hat{L}_{2,s}^{LS}}{N_2 \bar{i}_2 \Delta i_1 - N_1 \bar{i}_1 \Delta i_2}, \quad (42)$$

welche unabhängig vom geschätzten Widerstandswert ist. Für die praktische Implementierung mit einer begrenzten Mess- und Rechengenauigkeit ist es allerdings sinnvoll den elektrischen Widerstand zu schätzen.

Adaption des elektrischen Widerstandes

[0083] Auf Grund der Temperaturänderungen des Gesamtsystems ändert sich wie bereits oben erwähnt der elektrische Widerstand.

[0084] Es wird eine Widerstandsadaption vorgeschlagen, welche auf der Tatsache beruht, dass sich die Schätzung eines inkorrekten Widerstandswertes im geschätzten Induktivitätsfehler

$$\Delta \hat{L} = \hat{L}_{2,s}^{LS} - \hat{L}_{1,s}^{LS} \quad (43)$$

niederschlägt (vgl. Gleichung (41)).

[0085] Nach Gleichung (41) ist der Induktivitätsfehler $\Delta \hat{L}$ proportional zur Summe aus dem Widerstandsfehler δR und der totalen zeitlichen Ableitung der Induktivität \dot{L}_n . Ferner gilt nach Gleichung (30) mit der Kettenregel der Differentiation für die totale zeitliche Ableitung der Induktivität

$$\dot{L} = \frac{\partial L(x)}{\partial x} \cdot w.$$

Die totale zeitliche Ableitung \dot{L}_n ist jedoch nur Null, wenn die Geschwindigkeit Null ist, d. h. $w = 0$, da die partielle Ableitung der Induktivität nach dem Luftspalt für ein reales System nie Null wird. Damit funktioniert rein theoretisch eine Adaption, welche nur aus einem I-Regler besteht, auf Basis des Induktivitätsfehlers lediglich für ein still stehendes Objekt. Die hier angeführte Widerstandsadaption filtert den Induktivitätsfehler zuvor und beseitigt somit den Einfluss der Geschwindigkeit.

[0086] Für ein still stehendes Objekt kann der elektrische Widerstand demnach geschätzt werden, indem der Induktivitätsfehler $\Delta \hat{L}$ langsam zu Null geregelt wird, da für ein still stehendes Objekt \dot{L}_n gilt und somit der Induktivitätsfehler $\Delta \hat{L}$ gemäß Gleichung (41) direkt proportional zum Widerstandsfehler δR ist. Die Widerstandsänderung, die sich durch die Erwärmung des Elektromagneten ergibt, ist wesentlich langsamer als die Dynamik bzw. die Positionsänderung des zu lagernden Objekts. Demzufolge kann mit Hilfe einer Tiefpassfilterung

$$\frac{d}{dt} \Delta \bar{L} = -\frac{1}{T_{LF}} (\Delta \bar{L} - \Delta \hat{L}), \quad \Delta \bar{L}(0) = \Delta \bar{L}_0 \quad (44)$$

ein ggf. störender geschwindigkeitsabhängiger Anteil \dot{L}_n im Induktivitätsfehler gefiltert bzw. beseitigt werden, vgl. Gleichung 41. Der geschwindigkeitsunabhängige Induktivitätsfehler $\Delta \bar{L}$ wird dann mit Hilfe eines I-Reglers

$$\frac{d}{dt} \hat{R} = -\frac{1}{T_{RA}} \Delta \bar{L}, \quad \hat{R}(0) = \hat{R}_0 \quad (45)$$

zu Null geregelt. Damit wird der korrekte Widerstandswert geschätzt.

[0087] Die Widerstandsadaption besteht also aus einem Tiefpassfilter und einem I-Regler. Die Widerstandsadaption, bestehend aus Gleichung (44) und (45) basierend auf den Induktivitätsfehler der Least-Squares basierten Positionsschätzung, gewährleistet, dass der Widerstandsfehler δR zu Null geregelt wird, um so den realen Widerstandswert zu schätzen. Dabei sind T_{LF} und T_{RA} positive Einstellparameter.

[0088] Zur Implementierung auf einem Digitalrechner werden die Gleichungen (44) und (45) zeitlich diskretisiert. Die Diskretisierung ist allerdings nicht eindeutig. Im einfachsten Fall wird die kontinuierliche Differentiation durch den Vorwärts-Differenzenquotient (Euler-Vorwärts-Verfahren) ersetzt. Man erhält daraus eine sog. Differenzgleichung. Mit Hilfe derer kann in äquidistanten Zeitschritten aus dem vorherigen Schätzwert ein neuer berechnet werden kann. Der Geschätzte Widerstandswert wird an die Positionsschätzung übergeben, womit ein neuer Schätzwert für die Induktivitäten berechnet wird und sich ein neuer Schätzwert für den Induktivitätsfehler ergibt. Diese Iteration wird in jedem Abtastschritt ausgeführt.

Überlagerter Beobachter

[0089] Wie in den obigen Herleitungen zu erkennen ist, wurde zur Bestimmung der Position und der Geschwindigkeit des zu lagernden Objektes keinerlei Information über die Dynamik bzw. die Eigenschaften des Objektes (z. B. die Masse, die Dämpfung, usw.) verwendet. Dies ist insofern ein großer Vorteil, als dieses Verfahren auch sehr gute Positions- und Geschwindigkeitsinformationen liefert, wenn das zu lagernde Objekt nur wenig bekannt ist.

[0090] Andererseits ist in vielen Anwendungen eine relativ genaue Kenntnis des zu lagernden Objektes vorhanden, weswegen eine Kombination des obigen Schätzalgorithmus mit einem Zustandsbeobachter sinnvoll sein kann. Mit einem Beobachter könnte man z. B. eine wesentliche Reduktion des Rauschens der Position und Geschwindigkeit erreichen, zusätzlich einzelne Parameter des zu lagernden Objektes identifizieren oder die auf das Objekt einwirkenden Lastkräfte schätzen. Als mögliche Beobachterstrukturen kommen von linearen Beobachtern (Luenbergerbeobachter, Kalmanfilter usw.) bis zu modernen nichtlinearen Verfahren wie das Ex-

tended Kalman-Filter, das Uncented Kalman-Filter oder Normalformbeobachter in Frage. Da diese Verfahren im Wesentlichen aus der Literatur bekannt sind, wird an dieser Stelle auf eine genauere Ausführung verzichtet. Es sei jedoch darauf hingewiesen, dass diese Beobachter nur in Kombination mit dem obigen Algorithmus zu Positions- und Geschwindigkeitsschätzung die Anforderungen an die Genauigkeit und Dynamik erfüllen können.

Wesentliche qualitative und quantitative Vorteile der Erfindung

[0091] Das Verfahren benötigt zur Rekonstruktion der Zustandsgrößen keinen zusätzlichen Hardwareaufwand, da inhärente Messeffekte hervorgerufen durch die pulsweitenmodulierte Ansteuerung ausgenutzt werden. Lediglich eine Strom- und Spannungsmessung muss verfügbar sein.

[0092] Wird der Algorithmus mit einem Beobachter kombiniert, dann ist es möglich das Gesamtsystem aus systemtheoretischer Sicht algorithmisch in ein elektrisches und mechanisches Teilsystem zu trennen und überdies die volle Modellinformation des Gesamtsystems zur Zustandsgewinnung zu nutzen.

[0093] Die getrennte Behandlung des Auf- und Entladevorgangs zur Least-Squares-Schätzung der Induktivitäten bietet einerseits die Möglichkeit, den Einfluss der Integratordrift auf Grund der Diskretisierung des Induktionsgesetzes zu verringern. Andererseits lassen sich das transiente Störverhalten der nicht idealen elektrischen Schaltelemente des Wechselrichters beim Ein- bzw. Ausschalten und der Einfluss von Wirbelströmen in der softwaretechnischen Realisierung ausklammern.

[0094] Durch den Aufbau des Least-Squares-Schätzers als Multiratensystem kann weiterhin der Rechenaufwand wesentlich verringert werden. Die Berechnung der Regressoren kann in Ganzzahlarithmetik kostengünstig auf programmierbaren Integrierten Schaltkreisen (z. B. FPGA) umgesetzt werden, so dass sehr kleine Abtastzeiten und relativ genaue Schätzungen der Induktivitäten und damit der Zustandsgrößen gewonnen werden können. Die rechenintensiven Operationen können des Weiteren in einer größeren Abtastzeit erfolgen.

[0095] Die Verwendung eines positions- und geschwindigkeitsabhängigen Modells für die Induktivität und die anschließende Regression stellt sich als rechenintensiv dar, da dies zusätzliche Parameter erfordert. Die Vernachlässigung des Geschwindigkeitseinflusses im Induktionsgesetz führt jedoch zu einer geschwindigkeitsabhängigen Spreizung der Induktivitätsschätzungen des Auf- und Entladevorgangs. Eine theoretische Untersuchung zeigt, dass die Einzelinduktivitäten über eine Mittelung, welche die Stromhöhe, die Anzahl der Messpunkte und die Strommittelwerte der Teilperioden nutzt, korrigiert werden können. Sie zeigt weiter, dass die Differenz der Einzelinduktivitäten proportional zur Geschwindigkeit ist und unter Zuhilfenahme des Induktivitätsmodells analytisch ermittelt werden kann.

[0096] Im Unterschied zu den bekannten Schätzverfahren ist nicht nur die Positionsschätzung sondern auch die Geschwindigkeitsschätzung direkt aus dem Schätzalgorithmus möglich. Dem Positionsregler, welcher in der Regel aus einer Kompensation der Nichtlinearitäten und einem stabilisierenden Proportional-Integral-Differential-Regler besteht, wird konventionell lediglich die geschätzte Position zurückgeführt und im Differential-Anteil des Reglers ein geschwindigkeitsproportionales Signal gebildet. Allerdings beeinträchtigt und limitiert das Rauschen der Positionsschätzung die erreichbare Regelgüte und Robustheit gegenüber Modellunsicherheiten des Reglers. Ist, wie bei dem entwickelten Schätzverfahren, zusätzlich eine Geschwindigkeitsschätzung verfügbar, so kann diese ebenso rückgeführt und eine Erhöhung der Regelgüte und Robustheit erzielt werden.

[0097] Darüber hinaus kann mit einem nichtlinearen modellbasierten Beobachterkonzept das mechanische Teilmodell des Gesamtsystems in die Zustandsschätzung eingebracht werden. Damit ist einerseits eine Filterung zur Rauschunterdrückung der aus dem Least-Squares-Schätzers ermittelten Position- und Geschwindigkeitsschätzung möglich und andererseits durch Aufnahme eines Störgrößenansatzes in die Modellgleichungen eine von außen einwirkende Lastkraft schätzbar. Im Gegensatz zu einer herkömmlichen Filterung, geht mit der beobachterbasierten Filterung keine Phasenverschiebung einher.

[0098] Die Erfindung ermöglicht eine getrennte Schätzung der Induktivität der Auflade- und Entladephase mit Hilfe von Least-Squares Schätzung, wobei eine Auftrennung in einen schnellen aber mathematisch einfachen Teil und einen langsamen mathematisch komplexeren Teil erfolgen kann.

[0099] Der Einfluss der Geschwindigkeit des zu lagernden Objektes sowie eine Änderung der Pulsweite der Spannung kann durch eine geeignete Korrektur eliminiert werden.

[0100] Die Geschwindigkeit des zu lagernden Objektes kann direkt ohne zeitliche Differentiation der Position aus den Schätzwerten der Induktivität und weiteren Hilfsgrößen ermittelt werden.

Literaturliste

- [1] Noh, Myounggyu D.: „Self-Sensing Magnetic Bearings Driven by Switching Power Amplifier“, Diss., University of Virginia, Faculty of the School of Engineering and Applied Science, 1996
- [2] Pawelczak, Dieter: „Nutzung inhärenter Messeffekte von Aktoren und Methoden zur sensorlosen Positionsmessung im Betrieb“, Diss., Universität der Bundeswehr München, 2005
- [3] Skricka, Norbert: „Entwicklung eines sensorlosen aktiven Magnetlagers“, Fortschritt-Berichte, Reihe 8, Nr. 1027, VDI-Verlag Düsseldorf, 2004
- [4] Yuan QingHui; Li, Perry Y.: „Self-sensing actuators in electrohydraulic valves“, in: Proceeding of the International Mechanical Engineering Congress and Exposition, Anaheim, California USA, 2004

ZITATE ENHALTEN IN DER BESCHREIBUNG

Diese Liste der vom Anmelder aufgeführten Dokumente wurde automatisiert erzeugt und ist ausschließlich zur besseren Information des Lesers aufgenommen. Die Liste ist nicht Bestandteil der deutschen Patent- bzw. Gebrauchsmusteranmeldung. Das DPMA übernimmt keinerlei Haftung für etwaige Fehler oder Auslassungen.

Zitierte Patentliteratur

- DE 102008064380 A1 [0008, 0009]

Patentansprüche

1. Verfahren zur Adaption eines Wertes eines elektrischen Widerstandes eines Magnetlagers mit den Schritten

- Ansteuerung mindestens eines Elektromagneten des Magnetlagers mittels einer pulsweitenmodulierten (PWM) Spannung, wobei der zeitliche Verlauf der pulsweitenmodulierten Spannung zumindest eine erste Phase ($j = 1$), insbesondere eine Aufladephase, und zumindest eine zweite Phase ($j = 2$), insbesondere eine Entladephase, aufweist,
- Messung und Auswertung von Strom i und Spannung u des Elektromagneten zur Ermittlung eines ersten und eines zweiten Induktivitätswertes \hat{L}_1^{LS} , \hat{L}_2^{LS} in der ersten Phase ($j = 1$) und in der zweiten Phase ($j = 2$),
- Schätzung, insbesondere Least-Squares-Schätzung, des ersten Induktivitätswertes \hat{L}_1^{LS} für die erste Phase ($j = 1$) und des zweiten Induktivitätswertes \hat{L}_2^{LS} für die zweite Phase ($j = 2$), wobei bei der Schätzung der Induktivitätswerte \hat{L}_1^{LS} , \hat{L}_2^{LS} der elektrische Widerstand R_n des magnetischen Lagers, insbesondere des Elektromagneten des magnetischen Lagers, berücksichtigt wird,
- Bestimmung des Induktivitätsfehlers $\hat{\Delta L} = \hat{L}_2^{LS} - \hat{L}_1^{LS}$ und
- Adaption des elektrischen Widerstands dadurch, dass der Induktivitätsfehler $\Delta \hat{L}$ zu Null geregelt wird.

2. Verfahren nach Anspruch 1, dadurch gekennzeichnet, dass die Widerstandsadaption aus einem Tiefpassfilter und einem I-Regler besteht.

3. Verfahren nach Anspruch 1 oder 2, dadurch gekennzeichnet, dass der Induktivitätsfehler mit Hilfe einer Tiefpassfilterung

$$\frac{d}{dt} \Delta \bar{L} = -\frac{1}{T_{LP}} (\Delta \bar{L} - \Delta \hat{L})$$

gefiltert wird.

4. Verfahren nach einem der Ansprüche 1 bis 3, dadurch gekennzeichnet, dass der Induktivitätsfehler $\Delta \hat{L}$ mit Hilfe eines I-Reglers

$$\frac{d}{dt} \hat{R} = -\frac{1}{T_{RA}} \Delta \bar{L}$$

zu Null geregelt wird.

5. Verfahren zur sensorlosen Positionsermittlung eines in einem magnetischen Lager gelagerten Objekts relativ zu dem magnetischen Lager, insbesondere relativ zu einem Elektromagneten des magnetischen Lagers, mit den folgenden Schritten:

- Ansteuerung mindestens eines Elektromagneten des Magnetlagers mittels einer pulsweitenmodulierten (PWM) Spannung, wobei der zeitliche Verlauf der pulsweitenmodulierten Spannung zumindest eine erste Phase ($j = 1$), insbesondere eine Aufladephase, und zumindest eine zweite Phase ($j = 2$), insbesondere eine Entladephase, aufweist,
- Messung und Auswertung von Strom i und Spannung u des Elektromagneten zur Ermittlung eines ersten und eines zweiten Induktivitätswertes \hat{L}_1^{LS} , \hat{L}_2^{LS} in der ersten Phase ($j = 1$) und in der zweiten Phase ($j = 2$),
- Schätzung, insbesondere Least-Squares-Schätzung, des ersten Induktivitätswertes \hat{L}_1^{LS} für die erste Phase ($j = 1$) und des zweiten Induktivitätswertes \hat{L}_2^{LS} für die zweite Phase ($j = 2$), wobei bei der Schätzung der Induktivitätswerte \hat{L}_1^{LS} , \hat{L}_2^{LS} der elektrische Widerstand R_n des magnetischen Lagers, insbesondere des Elektromagneten des magnetischen Lagers, berücksichtigt wird,
- Berechnung der Position des Objekts relativ zum magnetischen Lager anhand der geschätzten Induktivitätswerte \hat{L}_1^{LS} , \hat{L}_2^{LS} .

6. Verfahren nach Anspruch 5, dadurch gekennzeichnet, dass der elektrische Widerstand R_n mit einem Verfahren nach einem der Ansprüche 1 oder 2 ermittelt wird.

7. Verfahren nach Anspruch 5 oder 6, dadurch gekennzeichnet, dass zur Berechnung der Position des Objekts eine aus den geschätzten Induktivitätswerten \hat{L}_1^{LS} , \hat{L}_2^{LS} gemittelte Induktivität \bar{L} verwendet wird.

8. Verfahren nach einem der Ansprüche 5 bis 7, dadurch gekennzeichnet, dass eine Geschwindigkeit des Objekts aus den geschätzten Induktivitätswerten \hat{L}_1^{LS} , \hat{L}_2^{LS} berechnet wird.

9. Verfahren nach einem der Ansprüche 5 bis 8, dadurch gekennzeichnet, dass in der ersten Phase ($j = 1$) an N_1 Messpunkten und in der zweiten Phase ($j = 2$) an N_2 Messpunkten der Strom

$$i_{k_j, j} \text{ (mit } k_j = 0, \dots, N_j - 1)$$

gemessen wird.

10. Verfahren nach Anspruch 9, dadurch gekennzeichnet, dass für die erste Phase ($j = 1$) und für die zweite Phase ($j = 2$) jeweils aus den an den N_j Messpunkten gemessenen Stromwerten

$$i_{k_j, j} \text{ (mit } k_j = 0, \dots, N_j - 1)$$

ein Strommittelwert \bar{i}_j gebildet wird.

11. Verfahren nach Anspruch 9 oder 10, dadurch gekennzeichnet, dass für die erste Phase ($j = 1$) und für die zweite Phase ($j = 2$), insbesondere mittels eines Least-Squares-Verfahrens, jeweils eine Stromanfangsbedingung $i_{0,j}$ und eine Stromendbedingungen

$$\hat{i}_{N_j-1, j}$$

ermittelt und aus diesen Bedingungen Stromhübe

$$\Delta i_j = \hat{i}_{N_j-1, j} - \hat{i}_{0, j}$$

der ersten Phase ($j = 1$) und der zweiten Phase ($j = 2$) bestimmt werden, wobei die Stromhübe Δi_j in die Schätzung der Induktivitätswerte \hat{L}_1^{LS} , \hat{L}_2^{LS} eingehen.

12. Verfahren nach den Ansprüchen 10 und 11, dadurch gekennzeichnet, dass der Mittelwert \bar{L} der Induktivität und daraus die Position und/oder die Geschwindigkeit des Objekts berechnet wird mit Hilfe – der aus den Stromanfangs- und Stromendbedingungen ermittelten Stromhübe

$$\Delta i_j = \hat{i}_{N_j-1, j} - \hat{i}_{0, j},$$

– der Anzahl der Messpunkte N_1, N_2 ,

– der Strommittelwerte \bar{i}_j der ersten ($j = 1$) und der zweiten Phase ($j = 2$) und

– der Differenz der geschätzten Induktivitätswerte \hat{L}_1^{LS} , \hat{L}_2^{LS} der ersten ($j = 1$) und der zweiten Phase ($j = 2$).

Es folgen 2 Blatt Zeichnungen

Anhängende Zeichnungen

FIG 1

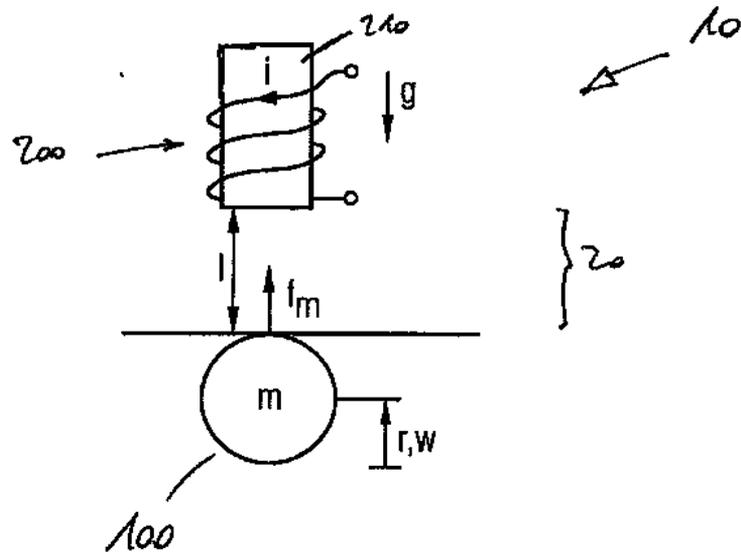


FIG 2

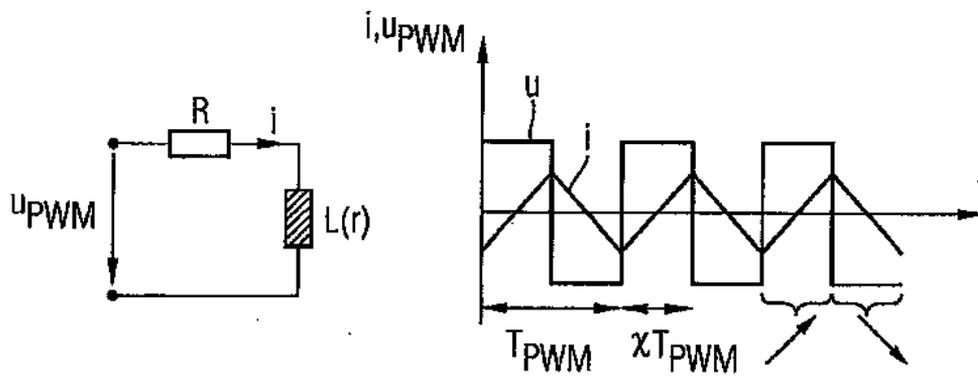


FIG 3

