Bitte die Blätter nicht trennen!

Matrikelnummer:			
DHBW Duale Hochschule Baden-Württemberg Stuttgart		Fakultät	**Technik**
		Studiengang:	**Angewandte Informatik**
		Jahrgang / Kurs :	**TINF19A/B/C/E**
KLAUSURDECKBLATT		Studienhalbjahr:	**3. Semester**
Datum:	**22. Juli 2021**	Bearbeitungszeit:	**120 Minuten**
Modul:	**T2INF2002**	Dozent:	**Hladik, Kötter, Schulz**
Unit:	**Formale Sprachen 1/2**		
Hilfsmittel:	**Open-Book-Klausur, beliebige nicht-elektronische Dokumente**		

Aufgabe	Thema	gesamt	erreicht
1	RE und NFA	12	
2	Chomsky-Hierarchie	11	
3	DFAs	9	
4	KFG und Pumping-Lemma	9	
5	NFA und DFA	10	
6	REs aus DFA	9	
7	Chomsky-NF	9	
8	Stackautomat	10	
9	CYK	9	
10	Turing-Maschine	12	
11	WHILE-Programm	7	
12	Entscheidbarkeit	5	
Summe		112	

1. Sind Sie gesund und prüfungsfähig?
2. Sind Ihre Taschen und sämtliche Unterlagen, insbesondere alle nicht erlaubten Hilfsmittel, seitlich an der Wand zum Gang hin abgestellt und nicht in Reichweite des Arbeitsplatzes?
3. Haben Sie auch außerhalb des Klausurraumes im Gebäude keine unerlaubten Hilfsmittel oder ähnliche Unterlagen liegen lassen?
4. Haben Sie Ihr Handy ausgeschaltet und abgegeben?

(Falls Ziff. 2 oder 3 nicht erfüllt sind, liegt ein Täuschungsversuch vor, der die Note „nicht ausreichend“ zur Folge hat.)

Aufgabe 1 (6+6P)

Gegeben seien der reguläre Ausdruck $r = (a + b)^*(aa + \varepsilon)$ und die Sprache $L = L(r)$ über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$.

a) Verwenden Sie *exakt* das in der Vorlesung gezeigte Verfahren, um aus dem regulären Ausdruck r einen nichtdeterministischen endlichen Automaten (NFA), der L erkennt, zu konstruieren. Berücksichtigen Sie insbesondere alle ε-Übergänge. Es reicht die Darstellung des Ergebnisses in graphischer Form.

b1) Zeigen Sie (mit Hilfe der algebraischen Äquivalenzen aus der Vorlesung) oder widerlegen Sie (durch Angabe eines geeigneten Wortes): $L(a^*(ab)^*b^*) = L(a(a^*b)^*b^* + \varepsilon)$

b2) Zeigen Sie (mit Hilfe der algebraischen Äquivalenzen aus der Vorlesung) oder widerlegen Sie (durch Angabe eines geeigneten Wortes): $L((b + \emptyset + a)b^*a + ab^*b) = L(ab^*(a + b) + b^*ba)$

Aufgabe 2 (11P)

Gegeben seien die Grammatiken G_1 und G_2:

$$\begin{aligned} G_1 &= (\{S, A\}, \{a, b, c\}, P_1, S) \\ P_1 &= \{S \to cS|A, \\ &\quad A \to abA|aA|bA|\varepsilon\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G_2 &= (\{T, B\}, \{a, b\}, P_2, T) \\ P_2 &= \{T \to ATA|b, \\ &\quad AT \to aT, \\ &\quad Aa \to aa, \\ &\quad TA \to Ta, \\ &\quad aA \to aa\} \end{aligned}$$

Beantworten Sie die folgenden Fragen jeweils für G_1 und G_2.

a) Welcher ist der maximale Typ der *Grammatik* (in der Chomsky-Hierarchie)?
Begründen Sie Ihre Antwort.

b) Geben Sie die von der Grammatik erzeugte Sprache formal als Menge an.

c) Welcher ist der maximale Typ dieser *Sprache* (in der Chomsky-Hierarchie)?
Falls dieser sich vom Typ der Grammatik unterscheidet, geben Sie eine äquivalente Grammatik mit dem maximal möglichen Typ an.

d) Falls die Sprache vom Typ 3 ist, geben Sie einen regulären Ausdruck für die Sprache an.

Aufgabe 3 (2+2+3+2P)

Betrachten Sie das Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ und den deterministischen endlichen Automaten (DFA) A_1:

```
A1    | a b
---------------------
-> A  | A B
*  B  | C C
   C  | C C
```

a1) Stellen Sie den Automaten graphisch dar.

a2) Geben Sie $L(A_1)$ in Mengenschreibweise an. Sie müssen die Sprache nicht formal herleiten.

b) Geben Sie einen DFA A_2 mit $L(A_2) = \{awa \mid w \in \Sigma^*\}$ (in graphischer Darstellung) an. Sie müssen hierbei *nicht* das Verfahren der Vorlesung anwenden.

c) Nehmen Sie nun an, Sie müssten einen Automaten (DFA) für $L(A_1) \cap L(A_2)$ erzeugen. Mit wie vielen Zuständen kommen Sie garantiert aus? Begründen Sie Ihre Aussage. Wenn Sie Aufgabenteil b) nicht bearbeiten, machen Sie geeignete Annahmen.

Aufgabe 4 (3+2+4P)

Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Sei $L_4 = \{wav \in \Sigma^* \mid |w| = |v|\}$.

a) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G mit $\mathcal{L}(G) = L_4$ an. Verwenden Sie hierzu möglichst wenige Nichtterminalsymbole.

b) Bestimmen Sie, welche der folgenden Wörter in L_4 sind. Geben Sie im positiven Fall eine Ableitung in G an.

   b1) $aaab$

   b2) $baabb$

   b3) $abbab$

c) Zeigen Sie (durch Angabe eines geeigneten endlichen Automaten oder regulären Ausdrucks) oder widerlegen Sie (mittels Pumping-Lemma): L_4 ist regulär.

Aufgabe 5 (2+1+7P)

Betrachten Sie den nichtdeterministischen endlichen Automaten (NFA) A_5 über $\Sigma = \{a, b\}$ in Abbildung 1.

a) Geben Sie zwei Läufe (*runs*) des Automaten A_5 auf der Eingabe *abbaaa* an, bei denen das gesamte Wort gelesen wird. Von diesen Läufen muss einer akzeptierend und einer nicht akzeptierend sein.

b) Geben Sie einen regulären Ausdruck für $L(A_5)$ an.

c) Konvertieren Sie A_5 mit dem in der Vorlesung angegebenen Verfahren in einen deterministischen endlichen Automaten (DFA). Geben Sie das Ergebnis graphisch an.

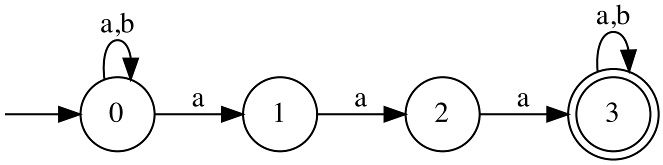

Abbildung 1: Automat A_5

Aufgabe 6 (4+5P)

Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Betrachten Sie den Automaten A_6 in Abbildung 2.

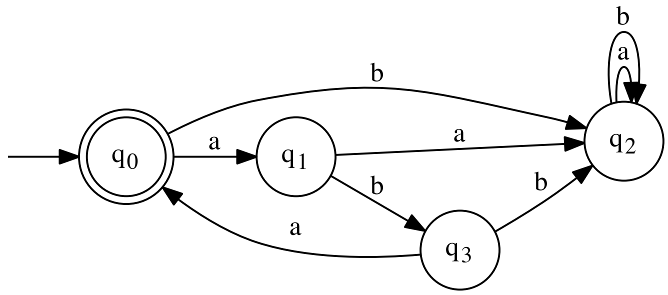

Abbildung 2: Automat A_6

a) Stellen Sie ein Gleichungssystem auf, das die an den verschiedenen Zuständen akzeptierten Sprachen beschreibt.

b) Lösen Sie dieses Gleichungssystem und geben Sie so einen regulären Ausdruck an, der die von A_6 akzeptierte Sprache beschreibt.

Aufgabe 7 (9 Punkte)

Betrachten Sie die folgende Grammatik $G_7 = (N, \Sigma, P, S)$ mit $\Sigma = \{o, g, l\}$, $N = \{S, K, R, G, V\}$, Startsymbol S, und P mit den folgenden Produktionen:

1. $S \to KoR$
2. $R \to K$
3. $R \to KoR$
4. $F \to FoG$
5. $G \to g$
6. $K \to lV$
7. $V \to \varepsilon$

Konvertieren Sie G_7 mit dem Verfahren aus der Vorlesung in Chomsky-Normalform. Geben Sie nach jedem wesentlichen Zwischenschritt den Zustand der Regelmengen (*productions*) an, am Ende die gesamte entstandene Grammatik in CNF.

Aufgabe 8 (4+5+1P)

Gegeben seien das Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$ und der Kellerautomat (*PDA*) $A_8 = (Q, \Sigma, \Gamma, \Delta, 0, Z)$ mit $Q = \{0, 1\}$, $\Gamma = \{A, Z\}$ und Δ gemäß folgender Tabelle:

Q (Ausgangszustand)	Σ (Alphabetsymbol)	Γ (gelesenes Stacksymbol)	Γ* (geschriebene Stacksymbole)	Q (Zielzustand)
0	a	Z	AZ	0
0	a	A	AA	0
0	b	A	ε	1
0	c	Z	Z	0
0	c	A	A	0
0	ε	Z	ε	0
1	b	A	ε	1
1	c	A	A	1
1	ε	Z	ε	1

a) Geben Sie für die Wörter $w_1 = cacacbcb$ und $w_2 = aaabbc$ jeweils einen Lauf von A_8 an, bei dem das gesamte Wort gelesen wird, und bestimmen Sie, ob das Wort zu $\mathcal{L}(A_8)$ gehört.

b) Beschreiben Sie $\mathcal{L}(A_8)$. Geben Sie hierzu eine formale Beschreibung als Menge oder eine *präzise* Beschreibung in natürlicher Sprache an.

c) Ist A_8 deterministisch? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 9 (3+6P)

Betrachten Sie die Grammatik $G_9 = (\{S, A, B, C, M, N, O\}, \{m, n, o\}, P, S)$ mit

$$P = \left\{ \begin{array}{lcl} S & \to & XS \\ S & \to & KW \\ X & \to & KW \\ W & \to & OT \\ T & \to & KV \\ K & \to & c \\ K & \to & l \\ V & \to & a \\ V & \to & o \\ O & \to & o \end{array} \right\}$$

Bestimmen Sie mit Hilfe des CYK-Algorithmus, ob die folgenden Wörter in $L(G_9)$ enthalten sind:

a) $w_1 = lala$

b) $w_2 = cocacola$

Aufgabe 10 (1+6+2+2+1P)

Gegeben sei die Turing-Maschine $\mathcal{M} = (\{0,1,2,3\}, \{a,b\}, \{a,b,c,\square\}, \Delta, 0, \{3\})$, wobei Δ in der folgenden Tabelle gegeben ist:

Q (Ausgangs-zustand)	Γ (gelesenes Bandsymbol)	Γ (geschriebenes Bandsymbol)	$\{\ell, r, n\}$ (Kopf-bewegung)	Q (Folge-zustand)
0	a	b	r	0
0	b	c	r	0
0	$\square$	$\square$	l	1
1	c	a	l	1
1	a	a	n	2
1	b	b	l	1
1	$\square$	$\square$	r	3

1. Ist $\mathcal{M}$ deterministisch? Begründen Sie Ihre Antwort.
2. Geben Sie jeweils eine Berechnung von $\mathcal{M}$ auf den Wörtern *aaa*, *baba*, und *abba* an, die in einer Stop-Konfiguration endet. Was ist die Ausgabe von $\mathcal{M}$?
3. Beschreiben Sie die von $\mathcal{M}$ berechnete Funktion $f(w)$ formal.
4. Geben Sie ein Wort an, mit dem die Turing-Maschine in Zustand 2 übergeht oder begründen Sie, warum es kein solches Wort gibt.
5. Wie viele Schritte führt $\mathcal{M}$ für eine Eingabe der Länge n aus ($\mathcal{O}$-Notation)?

Aufgabe 11 (2+3+1+1P)

Betrachten Sie das WHILE-Programm w mit Eingabe x, y und Ausgabe z.

```
#Programm w
z := 0
while x do
    h := y
    while h do
        z := z + 2
        h := h - 1
    end while
    x := x - 1
end while
```

a) Welche Ausgabe erzeugt das Programm für die Eingabe $x = 2$ und $y = 3$?

b) Was berechnet das Programm? Geben Sie die Antwort als Funktion $f(x, y)$.

c) Geben Sie an, ob das Programm in der Komplexitätsklasse P ist. Sie müssen Ihre Antwort nicht begründen.

d) Geben Sie die Zeit-Komplexität des Programms in Abhängigkeit von x und y in $\mathcal{O}$-Notation an.

Aufgabe 12 (5P)

Gegeben sind fünf informell beschriebene Sprachen L mit Wortbeispielen $w \in L$ und Gegenbeispielen $w \notin L$.

Kreuzen Sie in den folgenden Tabellen für jede Sprache an, von welchem Typ sie maximal ist. Sie müssen Ihre Antworten nicht begründen.

Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt, für jede falsche Antwort wird ein Punkt abgezogen. Die Summe der Aufgabe kann aber nicht negativ werden.

Sprache	Beispiel	Gegenbeispiel	Typ 3	Typ 2	Typ 1	Typ 0
Die Sprache aller Wörter mit ll in der Wortmitte	alle, roller	quelle, fell				
Die Sprache aller Wörter, die auf „alco“ enden	sinalco	alcohol				
Die Sprache aller Wörter ohne Umlaut	weinend	tränenüberströmt				
Die Sprache aller Scripte, die den Ordner „c:/win“ löschen	del c:/win	echo hello				
Die Sprache aller Wörter mit gleich vielen Vokalen und Konsonanten	moin, hi	hallo, ciao				

Ende