DHBW
Duale Hochschule
Baden-Württemberg
Stuttgart

Studiengang Elektrotechnik

Labor Grundlagen der Elektrotechnik 1

Versuch 3:
Messung an Wechselspannung bei fester Frequenz

(Erläuterungen)

Modul/Unit-Nr. TELG1005.2

Kurs-Nr. TEL….GR....

Name der/s Studierenden: ....

☐ Laborausarbeitung in Ordnung.

☐ Laborausarbeitung ungenügend.

Betreuer: ………………..

Ort/Datum: .... Unterschrift: ....

1. Fragen zur Einführung

a) Wie lauten die in der Elektrotechnik gebräuchlichen Einheiten der folgenden Größen:

-Leistung
-Arbeit
-ohmscher Widerstand
-Induktivität
-Kapazität

Drücken Sie alle diese Einheiten aus in den Grundeinheiten für Strom (A), Spannung (V) und Zeit (s).

b) Zeichnen Sie in ein t/u-Achsenkreuz die Schaubilder der Funktionen

$$u_1 = \hat{u} \cdot \cos \omega \cdot t$$

und $$u_2 = \hat{u} \cdot \sin \omega \cdot t$$

Erreicht u_2 sein Maximum früher oder später als u_1?

Formen Sie das Gleichungspaar um zu

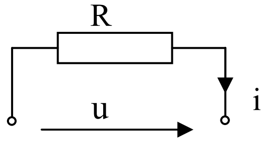
$$u_1 = \hat{u} \cdot \cos \omega \cdot t$$

und $$u_2 = \hat{u} \cdot \cos (\omega \, t + \varphi)$$

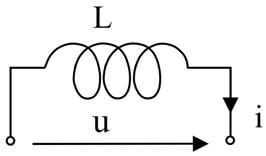
Wie groß ist φ ?

Was sagt das Vorzeichen von φ aus über "Voreilen" oder "Nacheilen" von u_2 gegenüber u_1?

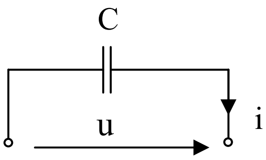
Welcher Zusammenhang besteht allgemein zwischen Spannung u(t) und Strom i(t) bei den Bauteilen:



Ohmwiderstand mit Widerstand R



Spule mit Induktivität L



Kondensator mit Kapazität C ?

2. Vorbereitung

2.1 Darstellung von Wechselspannung und Wechselstrom bei fester Frequenz

Der Augenblickswert u einer sinusförmigen Wechselspannung läßt sich in allgemeiner Form gemäß Bild 1 analytisch beschreiben mit der Zeitfunktion

$$u(t) = \hat{u} \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) \qquad (1)$$

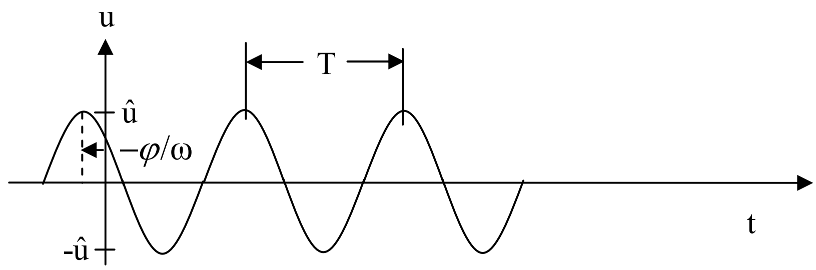


Bild 1

Periodendauer	T
Frequenz	$f = 1/T$
Kreisfrequnz	$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$

Die Funktion u(t) ist durch drei Größen gekennzeichnet:

Amplitude	$\hat{u}$
Kreisfrequenz	$\omega = 2\pi f = 2\pi / T$
(Null-)Phasenwinkel	φ

u(t) läßt sich bekanntlich beschreiben durch einen Zeiger der Länge $\hat{u}$, der in einer x/y-Ebene mit dem Ursprung als Fußpunkt im mathematisch positiven Drehsinn umläuft (vgl. Bild 2a);

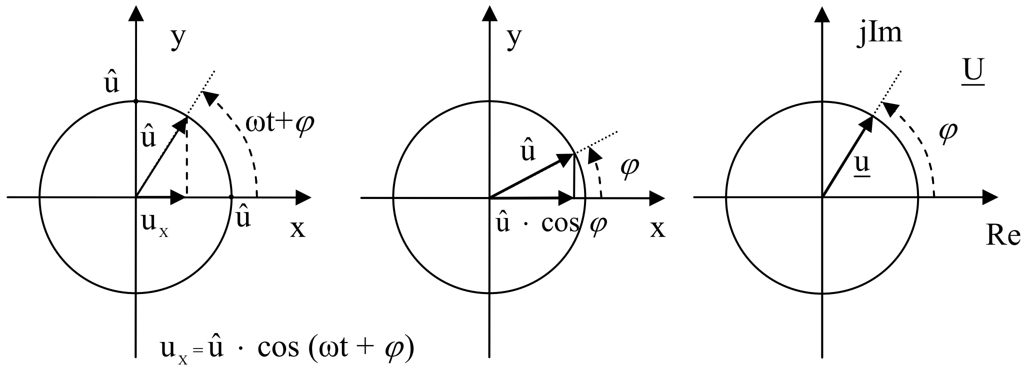


Bild 2a　　Bild 2b　　Bild 2c

dabei entsteht u(t) aus der Projektion des Zeigers auf die x-Achse: u(t) = x (t).
Zur Zeit t = 0 zeigt sich das Bild 2 b, dass bei konstanter, bekannter Frequenz die wesentliche Information wiedergibt:

Amplitude $\hat{u}$ und Phasenwinkel φ

Flächenhafte Probleme kann man mit Hilfe der komplexen Rechnung auch analytisch behandeln. Dann liegt der Zeiger in einer komplexen Ebene ($\underline{U}$ - Ebene) nach Bild 2c; er ist gekennzeichnet durch die komplexe Zahl $\underline{U}$:

$\underline{U} = U \cdot e^{j\varphi}$;　 $U = |\underline{U}|$;　$\varphi = \text{arc}\,\underline{U}$

Setzt sich eine Wechselspannung u aus mehreren Teilspannungen gleicher Frequenz zusammen, so ist dies gleichbedeutend mit der Summe der Projektionen von Zeigern.

Dabei stellt sich heraus, daß diese Summe gleich der Projektion der geometrisch gewonnenen Zeigersumme ist.

Dies soll am folgenden Beispiel deutlich werden:

Es sei $u = u_1 + u_2$ mit

$$u_1 = \hat{u}_1 \cdot \cos \omega \cdot t$$
$$u_2 = \hat{u}_2 \cdot \cos (\omega \cdot t + \alpha)$$

Zur Zeit t = 0 ergibt sich dann das folgende Bild:

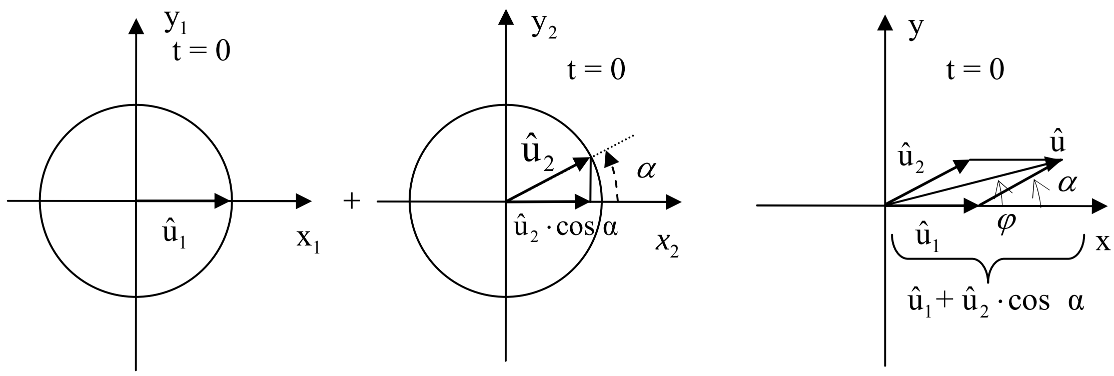


Bild 3a Bild 3b Bild 3c

Für $t \neq 0$ sind alle Zeiger um den Winkel ωt verdreht.

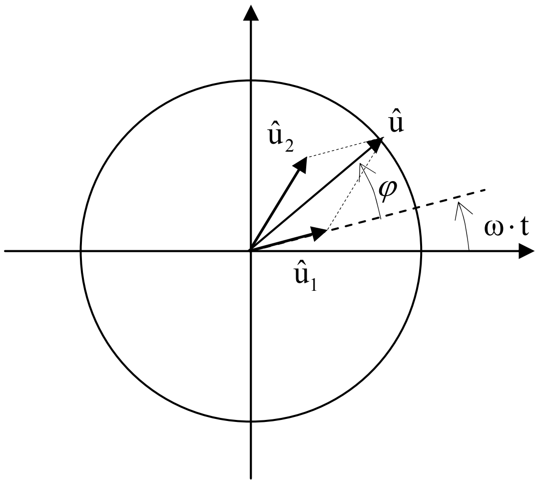


Bild 3d

Nach dem Kosinussatz gilt:

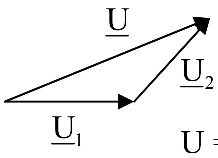
$$\hat{u} = \sqrt{\hat{u}_1^{\,2} + \hat{u}_2^{\,2} + 2 \cdot u_1 \cdot u_2 \cdot \cos\ \alpha} \qquad (2a)$$

Der Phasenwinkel beträgt

$$\varphi = \arctan \frac{\hat{u}_2 \cdot \sin\alpha}{\hat{u}_1 + \hat{u}_2 \cdot \cos\alpha} \qquad (2b)$$

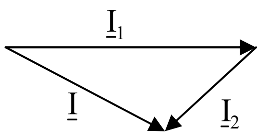
Die relative Lage der Zeiger zueinander bleibt unverändert, wenn sich bei $t \neq 0$ alle Zeiger drehen (Bild 3d). Da Bild 3d nur die Auswirkung der Kreisfrequenz beim Parameter t zusätzlich zeigt, ist eine Beschränkung auf Bild 3c sinnvoll.

Die Information des Bildes 3c wird festgehalten im Zeigerdiagramm (vgl. Bilder 4a, b). Hier führt die geometrische Addition der Zeiger zur zeichnerischen Lösung der Frage nach Betrag und Phasenlage der beteiligten sinusförmigen, gleichfrequenten elektrischen Größen.



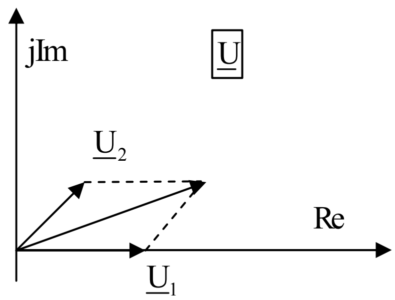
$\underline{U} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2$

Bild 4a



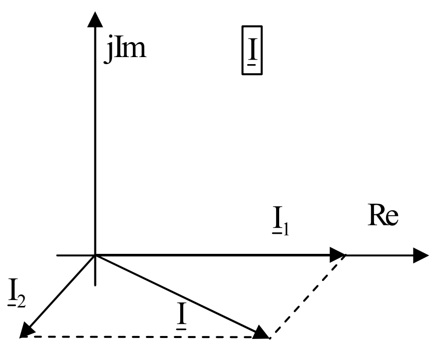
$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2$

Bild 4b



$\underline{U} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2$

Bild 4c



$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2$

Bild 4d

Die komplexe Rechnung (vgl. Bilder 4c, d) führt zum gleichen Ergebnis durch Anwendung ihrer speziellen Regeln:

$\underline{U} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2$; $\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2$

Statt der Längenangaben $\hat{u}_1, \hat{u}_2$ und $\hat{u}$ werden neue Bezeichnungen für „Zeiger“ eingeführt:

$\underline{U}_1$,$\underline{U}_2$ und $\underline{U}$ bzw. $\underline{I}$. (Beachte: Zeiger sind keine Vektoren!)

Als Betrag des Zeigers $\underline{U}$ bzw. $\underline{I}$ bietet sich der Amplitudenwert $\hat{u}$ bzw. $\hat{i}$ der Wechselgröße an. Es ist jedoch günstiger, den Effektivwert (vgl. später) als Betrag festzulegen.

Definition: $|\underline{U}| = U$; $|\underline{I}| = I$

U = Effektivwert der Spannung

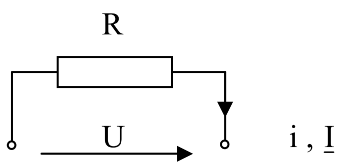
I = Effektivwert des Stromes

$U = \hat{u}/\sqrt{2}$

$I = \hat{i}/\sqrt{2}$ (vgl. später)

Aufgabe 1:

a)



Am ohmschen Widerstand R liege die Spannung
$u(t) = \hat{u}\cos\omega\cdot t = \sqrt{2}\,U\cdot\cos\omega\cdot t$ an.

Wie lautet die Zeitfunktion für den Strom i(t)?

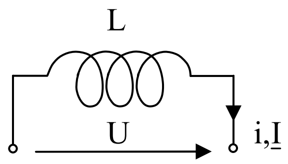
Welche Phasenbeziehung besteht zwischen u(t) und i(t) ?

Skizzieren Sie das Zeigerdiagramm für $\underline{U}$ und $\underline{I}$!

Wie lautet die komplexe Zahl $\underline{I}$ in Abhängigkeit von $\underline{U}$?

Wie groß ist $\underline{R}=\underline{U}/\underline{I}$?

b)



Durch eine Spule mit der Induktivität L
fließe der Strom $i\,(t) = \hat{i} \cdot \cos \cdot \omega \cdot t = \sqrt{2}\ I \cos \cdot \omega \cdot t$

Wie lautet die Zeitfunktion für die Spannung u(t)?

Welche Phasenbeziehung besteht zwischen u(t) und i(t)?

Skizzieren Sie das Zeigerdiagramm für $\underline{U}$ und $\underline{I}$.

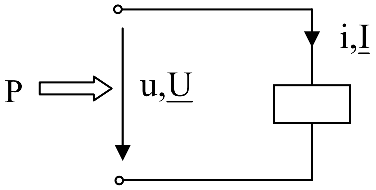
Wie lautet die komplexe Zahl $\underline{U}$ in Abhängigkeit von $\underline{I}$?

Wie groß ist $\underline{R} = \underline{U}/\underline{I}$?

c) An einem Kondensator mit der Kapazität C liege die Spannung
$u(t) = \hat{u} \cdot \cos \cdot \omega \cdot t = \sqrt{2} \cdot U \cdot \cos \cdot \omega \cdot t$ an.

Beantworten Sie die Fragen aus Teil a) und skizzieren Sie das Zeigerdiagramm für $\underline{U}$ und $\underline{I}$.

2.2 Elektrische Leistung bei Wechselgrößen.



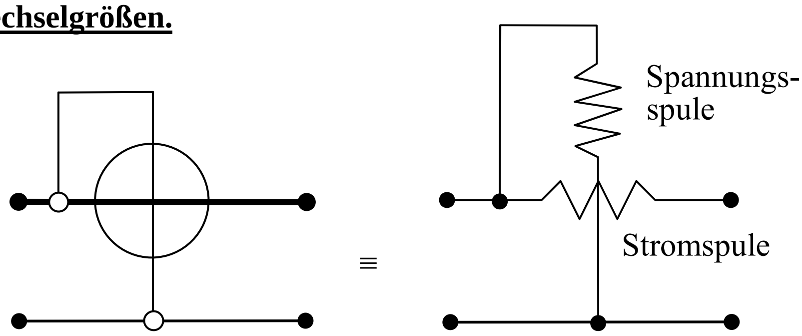


Bild 5a

Bild 5b : Wattmeter

Ein Verbraucher liege zum Zeitpunkt t an einer Spannungsquelle u(t) und nehme den Strom i(t) auf. Dann entnimmt er der Quelle die

Augenblicksleistung p(t):

$$p\,(t) = u\,(t) \cdot i\,(t) \qquad (3)$$

(Vgl. Vorlesung Grundlagen der Elektrotechnik).

Der zeitliche Mittelwert von p(t) ist maßgebend für die Wirkung der Leistung im Verbraucher. Bei periodischem Wechselstrom mit der Frequenz f = l/T ergibt sich die **Wirkleistung** P_w

$$P_w = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T p\,(t)\,dt = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T u\,(t) \cdot i(t)\,dt \qquad (4\,a)$$

Für $u(t) = \hat{u} \cos \omega \cdot t =$ und $i\,(t) = \hat{i} \cdot \cos \cdot (\omega \cdot t + \varphi)$ ergibt sich:

$$P_w = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T \left(\hat{u} \cdot \hat{i} \cdot \cos \omega \cdot t \cdot \cos\,(\omega \cdot t + \varphi) \right) dt$$

$$= \frac{\hat{u} \cdot \hat{i}}{2T} \left[\int_0^T \cos \cdot \varphi\,dt + \int_0^T \cos\,(2 \cdot \omega \cdot t + \varphi)\,dt \right]$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \int_0^T \cos\,(2 \cdot \omega \cdot t + \varphi)\,dt = 0 \;\;!$$

$$P_w = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\hat{i}}{\sqrt{2}} \cdot \cos\varphi = U \cdot I \cdot \cos\varphi \qquad (4\,b)$$

$$U = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}} = \text{Effektivwert der Spannung (vgl. später)}$$

$$I = \frac{\hat{i}}{\sqrt{2}} = \text{Effektivwert des Stromes (vgl. später)}$$

$\underline{\cos\ \varphi}$ = **Leistungsfaktor**

φ = Phasenwinkel zwischen Strom und Spannung.

Die Wirkleistung P_w nach Gl (4b) ist die in der Technik interessierende Messgröße; sie wird im Leistungsmesser (Wattmeter) erfaßt (Schaltungssymbol siehe Bild 5b). Ihre Einheit ist Watt (W):

$$1W = 1V \cdot 1A$$

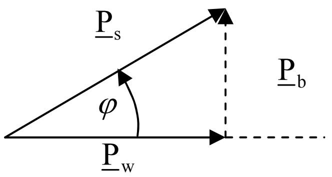
Zur Ergänzung:

Das Produkt aus den Effektivwerten von Strom und Spannung, I und U, bezeichnet man als

Scheinleistung P_s

Definition: $P_s = U \cdot I$ (5)

P_s und P_w lassen sich in einem Zeigerdiagramm darstellen, wobei P_w die Projektion von P_s auf die Orientierungslinie ist:



φ = Phasenwinkel zwischen $\underline{U}$ und $\underline{I}$

$\underline{P}_w = P_s \cdot \cos\varphi$

$P_s = U \cdot I$

Das Diagramm wird vervollständigt durch die Blindleistung P_b

Definition: $P_b = U \cdot I \cdot \sin\varphi$ (6)

Es ist $\underline{P}_s = \underline{P}_w + \underline{P}_b$ mit $P_s = \sqrt{P_w^2 + P_b^2}$ (7)

(Hinweis: Definition der komplexen Leistung: $\underline{P} = \underline{U} \cdot \bar{I}$ mit

$\underline{P} = P_w + jP_b = P_s \cdot \cos\varphi + jP_s \cdot \sin\varphi$)

Aufgabe 2:

Ein Wechselstromverbraucher arbeite mit Netzspannung U = 230 V
($U = \hat{u}/\sqrt{2}$ Effektivwert!) bei der Frequenz f = 50 Hz und nehme dabei einen Strom
$I = 2A$ ($I = \hat{i}/\sqrt{2}$ = Effektivwert) auf. Der Strom eile der Spannung mit der
Phasenverschiebung $45°$ nach.

a) Als analytische Darstellung sei gewählt:

$$u = \sqrt{2} \cdot U \cdot \cos \cdot \omega t$$

$$i = \sqrt{2} \cdot I \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi)$$

Wie groß sind φ und der Leistungsfaktor?

b) Wie lautet die Augenblicksleistung p(t) als Zeitfunktion? Das Ergebnis ist so umzuformen, daß neben einem Gleichanteil nur 1cosinus-förmiger Anteil vorkommt. Mit welcher Frequenz schwingt dieser Anteil?

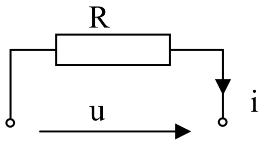
Wie groß ist der Mittelwert von p(t), d.h. die Wirkleistung P_w ?

c) Skizzieren Sie die Zeitfunktionen u(t), i(t) und p(t).

2.3 Mittelwert und Effektivwert bei elektrischen Wechselgrößen .

Der Mittelwert einer sinusförmigen Spannung u(t) oder eines sinusförmigen Stromes i(t) ist immer Null und hat somit keine Bedeutung. Der Mittelwert der Leistung p(t) führt dagegen zur Wirkleistung:

Für einen Verbraucher R gilt:



$$p(t) = u(t) \cdot i(t)$$

$$P_w = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T u(t) \cdot i(t)\, dt$$

$u = R \cdot i$ bzw. $i = u/R$.

Somit: $P_w = R \cdot \frac{1}{T} \cdot \int_0^T i^2(t)dt \overset{!}{=} R \times I^2$

i(t) bewirke im zeitlichen Mittel im Verbraucher dieselbe Leistung wie ein Gleichstrom der Stärke I. Das führt auf die Definition des Effektivwerts des Stromes.

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T i^2(t)\, dt} \qquad (8a)$$

(Quadratischer Mittelwert, englisch:"'root mean square",
- Abkürzung: RMS.)

Entsprechend gilt:

$$P_w = \frac{1}{R} \cdot \frac{1}{T} \cdot \int_0^T u^2(t)dt \overset{!}{=} \frac{U^2}{R} \quad \text{oder}$$

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T u^2(t)dt} = \text{Effektivwert der Spannung} \qquad (8\,b)$$

Aufgabe 3:

Weisen Sie für sinusförmige Wechselspannung u(t) den obengenannten Zusammenhang nach

$$\hat{u} = U \cdot \sqrt{2}\,,$$

wenn U der Effektivwert und $\hat{u}$ der Spitzenwert von u(t) sind.

2.4) Elektrische Energie bei Wechselgrößen

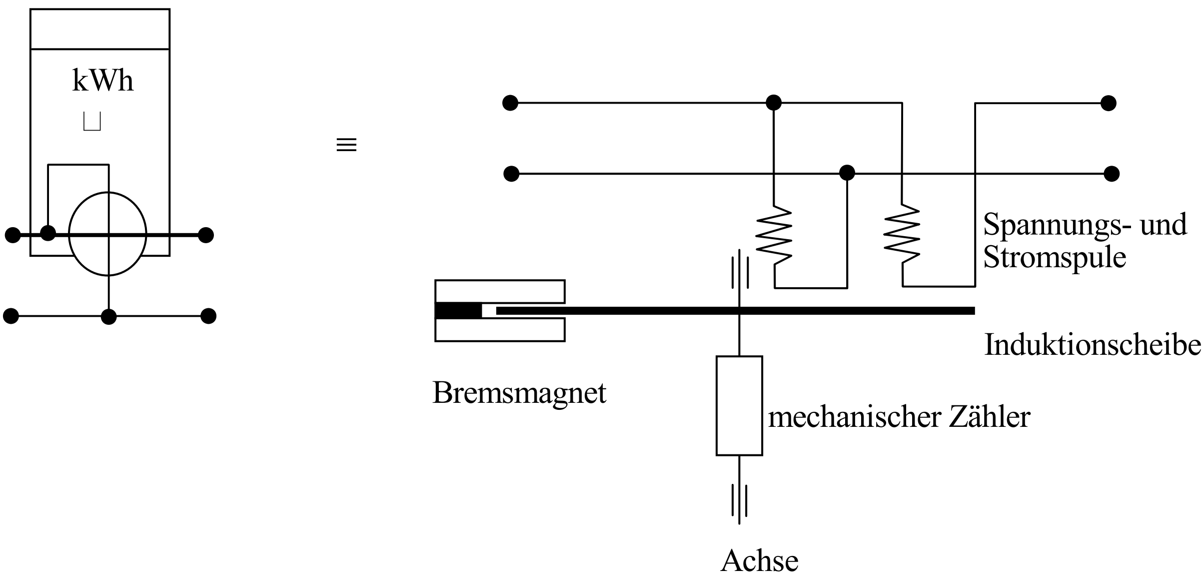


Bild 6: Wechselstromzähler

Im Zeitraum $t_1 \le t \le t_2$ nimmt ein Verbraucher die Energie

$$E = \int_{t_1}^{t_2} p(t)\ dt = \int_{t_1}^{t_2} u \cdot i\ dt \qquad (9)$$

Der Verbrauch an elektrischer Energie wird gemessen im Wechselstromzähler (Induktionszähler). Die Maßeinheit ist

$$1Ws = 1V \cdot A \cdot s$$

Der hohen Verbrauchszahlen wegen ist die Eichung in kWh üblich :

$$1\ kWh = 3{,}6 \times 10^6\ Ws$$

14.05.12 Hu

Studiengang Elektrotechnik

Labor Grundlagen der Elektrotechnik 1

Versuch 3:
Messung an Wechselspannung bei fester Frequenz Teil 1

Modul/Unit-Nr. TELG1005.2

Kurs-Nr. TEL.….GR....

Name der/s Studierenden: ....

☐ Laborausarbeitung in Ordnung.

☐ Laborausarbeitung ungenügend.

Betreuer: Prof. Rupp.....

Ort/Datum: .... Unterschrift: ....

1. <u>Einführung</u>

Theoretische Grundlagen des Versuchs sind die gemeinsamen Erläuterungen.
Hierzu einige wiederholende Fragen:

a) Wie sind die folgenden Begriffe gegeneinander abzugrenzen

Augenblickswert
Amplitude (Spitzenwert)
Effektivwert
Spannungszeiger

Welche Symbole sind für sie vereinbart z.B. bei der elektrischen Wechselspannung?

b) In welchem Zusammenhang stehen Spitzenwert und Effektivwert einer sinusförmigen Wechselspannung zueinander?

c) In welchem Zusammenhang stehen Frequenz, Kreisfrequenz und Periodendauer einer sinusförmigen Wechselspannung zueinander?

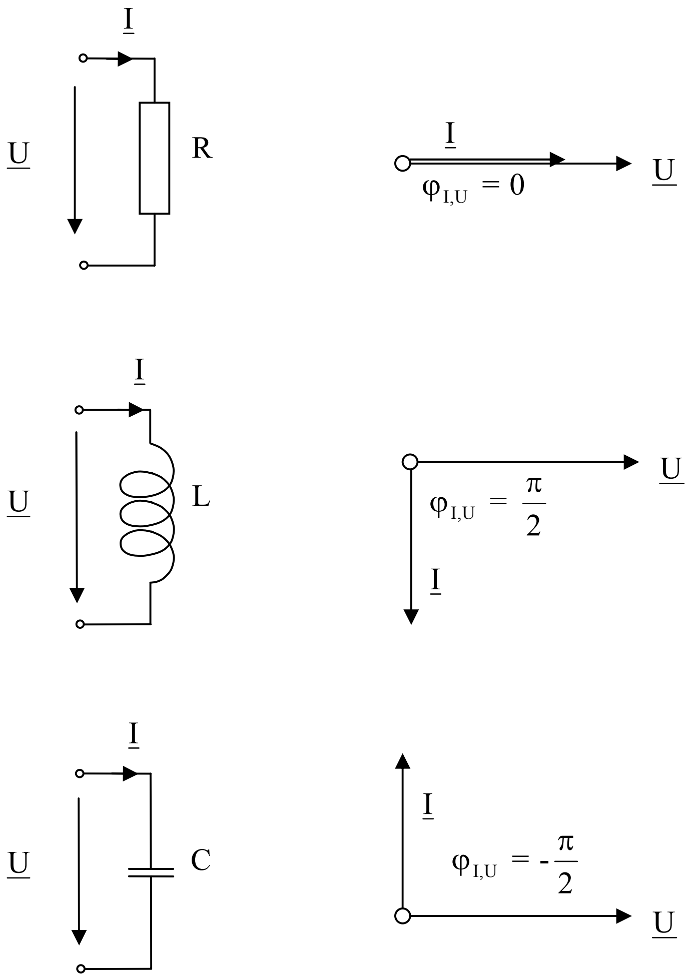
d) Was sagen Zeigerdiagramm und seine Darstellung mit komplexen Zahlen über Spannungen und Ströme einer Schaltung aus?

e) Bei welchem Bauelement eilt der Strom der Spannung voraus, bei welchem nach?

2. **Vorbereitung** (Ergänzung zu den gemeinsamen Erläuterungen)

2.1 Wirkwiderstand und Blindwiderstände

Für R, L und C an Wechselspannung gelten die folgenden Zeigerdiagramme:



$$R = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \underline{R}$$

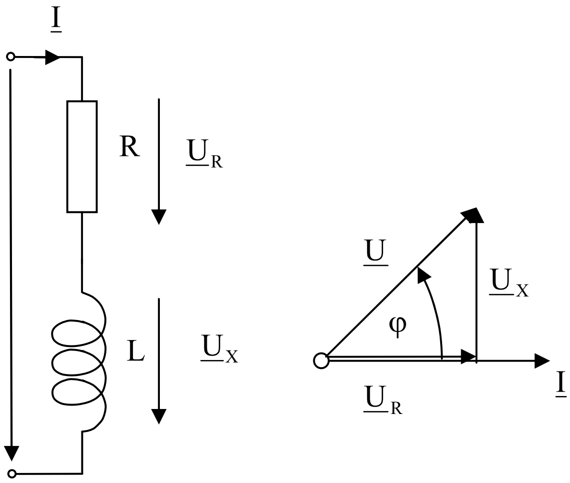
$$X_L = \frac{U}{I} = \omega L \; ; \; \underline{R}_L = j\omega L$$

$$X_C = \frac{U}{I} = \frac{1}{\omega C} \; ; \; \underline{R}_C = -\frac{j}{\omega C}$$

Bild 1

Meistens treten kombinierte Belastungen auf.
Zwei Beispiele:

a) Reihenschaltung aus Widerstand und Spule



$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_X$$

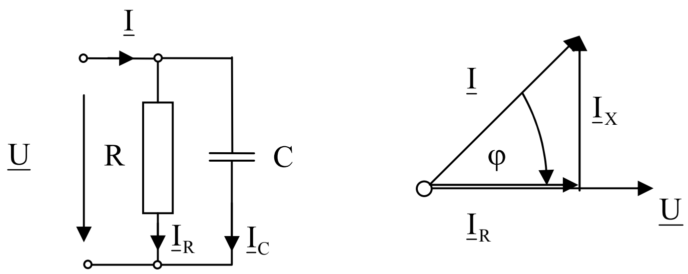
$$\underline{R} = R + j\omega L$$

$$\text{arc } \underline{R} = \arctan \frac{\omega L}{R} > 0$$

$\varphi_{I,U} > 0$; $\rightarrow$ induktives Verhalten

Bild 2a

b) Parallelschaltung aus Widerstand und Kondensator Verhalten



$$\underline{I} = \underline{I}_R + \underline{I}_X$$

$$\underline{G} = G + j\omega C$$

$$\underline{R} = \frac{1}{\underline{G}} = \frac{1}{G + j\omega C} = \frac{R}{1 + j\omega CR}$$

$$\text{arc } \underline{R} = -\arctan \omega RC < 0$$

$\varphi_{I,U} < 0$; $\rightarrow$ kapazitives Verhalten

Bild 2b

Das Zeigerdiagramm zeigt Effektivwerte und Phasenlagen der beteiligten Ströme und Spannungen.

Bezeichnungen:

$R = \frac{U}{I}$ = Scheinwiderstand ("Impedanz")

Der Scheinwiderstand setzt sich zusammen aus <u>Wirkwiderständen</u> R ("Resistanz")

und Blindwiderständen X_L oder X_C ("Reaktanz")

$G_S = \frac{I}{U}$ = Scheinleitwert ("Admittanz")

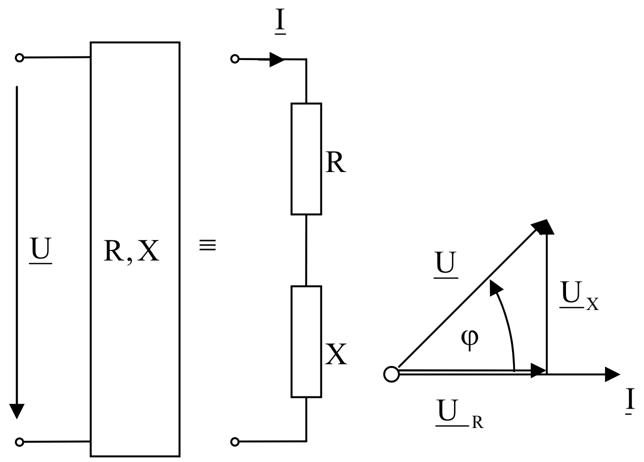
Der Scheinleitwert setzt sich zusammen aus <u>Wirkleitwerten</u> $G = \frac{1}{R}$ ("Konduktanz")

und Blindleitwerten $Y_L = \frac{1}{X_L}$ oder $Y_C = \frac{1}{X_C}$ ("Suszeptanz")

$R = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = R + jX$ = komplexer Widerstand

$G = \frac{\underline{I}}{\underline{U}} = G + jY$ = komplexer Leitwert

Unabhängig von der Komplexität der Gesamtschaltung lassen sich bei konstanter Frequenz Ersatzschaltungen angeben, die nur zwei Elemente enthalten:



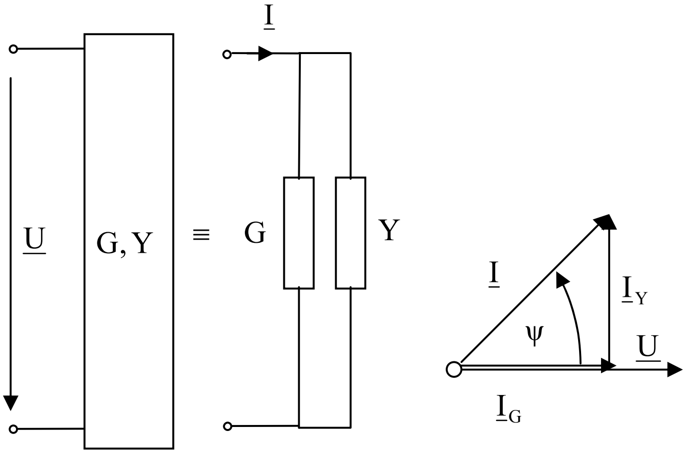
$R_S = \frac{U}{I}$; $\underline{R} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}}$

$R = \frac{U_R}{I} = R_S \cos\varphi = \mathrm{Re}\,\underline{R}$

$X = \frac{U_X}{I} = R_S \sin\varphi = \mathrm{Im}\,\underline{R}$

$R_S = \sqrt{R^2 + X^2} = |\underline{R}|$

<u>Bild 3a</u>



$$G_S = \frac{I}{U} \;;\; \underline{G} = \frac{\underline{I}}{\underline{U}}$$

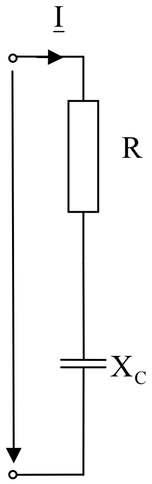
$$G = \frac{I_G}{U} = G_S \cos\psi = \mathrm{Re}\,\underline{G}$$

$$Y = \frac{I_Y}{U} = G_S \sin\psi = \mathrm{Im}\,\underline{G}$$

$$G_S = \sqrt{G^2 + Y^2} = |\underline{G}|$$

Bild 3b

Aufgabe 1:



Gegeben ist die Reihenschaltung aus Ohmwiderstand R und Kondensator mit der Kapazität C, die von einem Wechselstrom mit Effektivwert I durchflossen ist.

a) Ergänzen Sie das Schaltbild durch die restlichen Zeigergrößen und skizzieren Sie das zugehörige Zeigerdiagramm. Wie lautet der komplexe Widerstand $\underline{R}$?

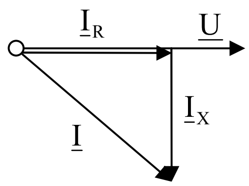
b) Es sei I = 0,3A , R = 500 Ω , C = 5uF, f = 50 Hz.

Wie groß sind die Effektivwerte der drei in der Schaltung auftretenden Wechselspannungen?

Wie groß ist der Phasenwinke $\varphi_{I,U}$ zwischen Strom und Gesamtspannung?
Eilt die Spannung dem Strom voraus oder nach?

Aufgabe 2:

Gegeben ist das Zeigerdiagramm einer Schaltung mit zwei Schaltelementen.



a) Zeichnen Sie das zugehörige vollständige Schaltbild. Welche Schaltelemente R, L oder C sind enthalten? Wie lautet der komplexe Widerstand $\underline{R}$?

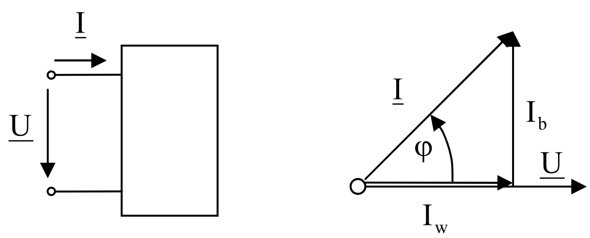
b) Es sei U = 220V, I_R = 0,2A, $\varphi_{I,U} = 45^\circ$, f = 50 Hz.
Welche Zahlenwerte haben die Schaltelemente und der Effektivwert des Stromes I?

2.2 Wirkstrom, Blindstrom, Blindstromkompensation

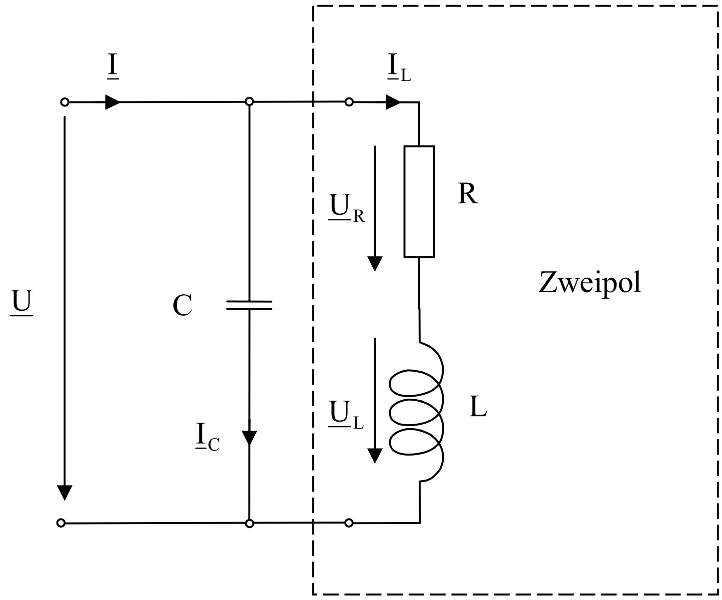
Unabhängig vom Aufbau einer Schaltung und den intern fließenden Strömen lässt sich der Eingangsstrom rechnerisch nach Bild 4 aufteilen in die Komponenten

$I_w = |\underline{I}| \cos\varphi$ = Wirkstrom und

$I_b = |\underline{I}| \sin\varphi$ = Blindstrom



Hat ein Verbraucher einen großen Blindstromanteil, so ist der Gesamtstrom I, der ihm zugeführt wird, deutlich größer als der benötigte Wirkstrom. Da die Verluste in der Zuleitung stromabhängig sind, kann man sie erniedrigen, wenn eine Kompensation des Blindanteils gelingt. Bild 5 zeigt dies für den häufigsten Fall, eine Last mit induktivem Anteil, deren Blindstrom bei **konstanter Frequenz** und **konstanter Last** durch einen geeignet dimensionierten Kondensator kompensiert werden kann.



Aufgabe 3:

Bild 5

a) Skizzieren Sie das Zeigerdiagramm für den Zweipol in Bild 5, ausgehend von $\underline{I}_L$ über $\underline{U}_R$, $\underline{U}_L$ bis zu $\underline{U}$

b) Ergänzen Sie das Zeigerdiagramm durch den Strom $\underline{I}_C$ derart, dass $\underline{I} = \underline{I}_L + \underline{I}_C$ phasengleich mit $\underline{U}$ wird.

c) Der Winkel zwischen $\underline{I}_L$ und $\underline{U}$ bzw. $\underline{I}$ heiße φ ;
dann ist $\tan\varphi = \dfrac{U_L}{U_R} = \dfrac{\omega L}{R}$. Wie groß ist $\underline{I}_C$ in Abhängigkeit von I_L , ω , L und R ?
(Beachte: $\sin\varphi = \dfrac{\tan\varphi}{\sqrt{1+\tan^2\varphi}}$; $\tan\varphi = \dfrac{\omega L}{R}$)

d) Gesucht ist die Kapazität C des Kompensationskondensators.
Berechnen Sie C aus den bisherigen Ergebnissen in Abhängigkeit von R, L und ω.
Dies gelingt, da ja die folgenden Beziehungen noch zur Verfügung stehen:

$$I_c = U \cdot \omega C$$
$$I_L = \frac{U}{R_g} \text{ mit } Rg = \sqrt{R^2 + X_L^{\,2}} \;; \quad X_L = \omega L$$

e) Bestimmen Sie C mit Hilfe der komplexen Rechnung in den folgenden Schritten:

- Berechnen Sie den Leitwert $\underline{G}$ der Gesamtschaltung in Bild 5.

- Welche Bedingung muss $\underline{G}$ erfüllen, damit $\underline{I}$ und $\underline{U}$ gleichphasig sind ?
- Berechnen Sie unter dieser Bedingung C in Abhängigkeit R, L und ω.

2.3 Messen der Zweipoleigenschaften

Die Eigenschaften eines Zweipols sind bekannt, wenn man U, I und den Phasenwinkel φ mit Vor- oder Nacheilung kennt. Steht ein Messsignal u_1 □ u und ein weiteres Signal u_2 □ i zur Verfügung, kann der Phasenwinkel mit elektronischen Zählern sehr genau bestimmt werden.

Für geringere Genauigkeitsansprüche genügt die folgende Schaltung:

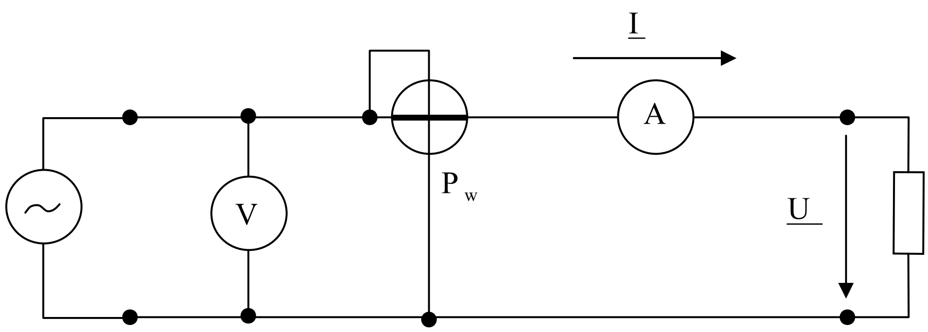


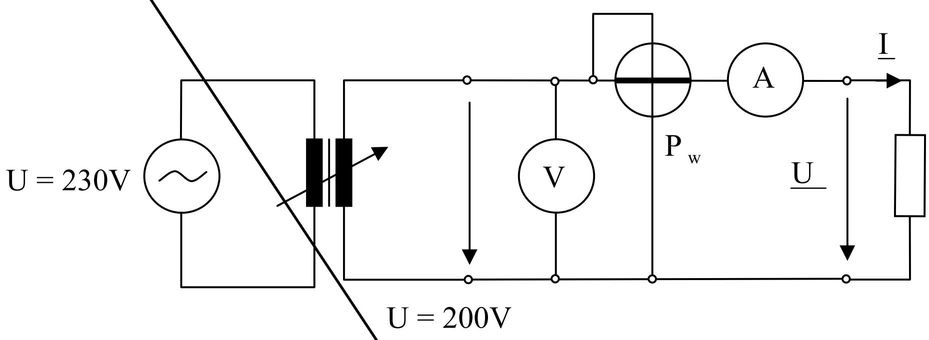
Bild 6

a) Was lässt sich mit den Messwerten aus Bild 6, nämlich U, I, P_W über den Phasenwinkel φ aussagen?

b) Was muss zusätzlich bekannt sein, um φ endgültig zu bestimmen?

3. Messaufgaben und Auswertung

3.1 Messung an einfachen Zweipolen



Zweipol mit

$R_S = \sqrt{R^2 + X^2}$ bzw.

$G_S = \sqrt{G^2 + Y^2}$

Bild 7: Meßschaltung

3.1.1 Führen Sie die folgenden Messungen und Berechnungen durch:

Messobjekt	Messgrößen	Berechnungen
a) Ohmwiderstand R		R_s , φ , $R\,(=R_s)$
b) Spule L		R_s , φ , L
c) Kondensator C	U, I, P_w	G_s , φ , C
d) R und L in Reihe		R_s , φ , R, L
e) R und C in Reihe		R_s , φ , R, C
f) R und C parallel		G_s , φ , $G = \frac{1}{R}$, C

3.1.2 Zeichnen Sie für jeden der sechs Fälle ein maßstäbliches Zeigerdiagramm und bestimmen Sie dazu den komplexen Widerstand $\underline{R}$.

~~3.1.3.1 Welche systematischen Fehler hat die Messschaltung?~~

~~Es gibt drei Arten, im Fall a) den Widerstand R zu bestimmen.~~
~~Welche sind dies und wie unterscheiden sich die Ergebnisse?~~
~~Welcher Art vertrauen Sie am meisten?~~

3.1.4 Messung von Wirk- und Blindstrom eines Motors

Mit der gleichen Messschaltung sind die Eigenschaften eines Motors zu bestimmen, dessen Ersatzschaltbild wie folgt, vereinfacht angegeben werden kann:

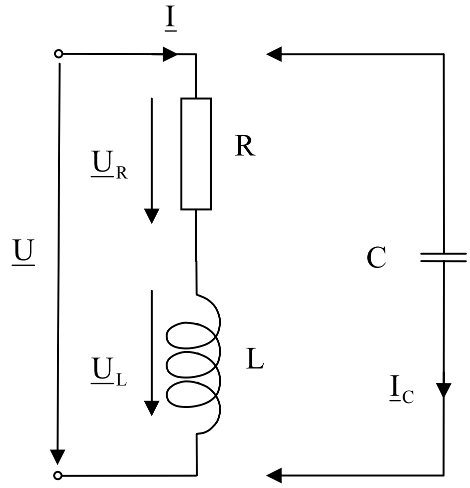


Bild 8

3.2.1 Trennen Sie den Kondensator C von der Spannungsquelle.
Messen Sie nun wie in Teil 3.1.1. U, I und P_w Berechnen Sie daraus Wirkstrom I_w , Blindstrom I_b und Phasenwinkel φ .

3.2.2 Zeichnen Sie wie in Teil 3.1.2 ein maßstäbliches Zeigerdiagramm.

3.2.3 Schalten Sie jetzt zusätzlich den Kompensationskondensator C an die Spannungsquelle und wiederholen Sie die Messung.
Wie haben sich I und $\cos\varphi$ geändert?
Ergänzen Sie das Zeigerdiagramm durch $\underline{I}_c$

3.2.4 Zeigt das Wattmeter weniger an, wenn C ausgeschaltet ist?
Worin liegt der Vorteil von C ?

Duale Hochschule Baden-Württemberg Stuttgart
Studiengang Elektrotechnik

Labor Grundlagen der Elektrotechnik 1

Versuch 3:
Messung an Wechselspannung bei fester Frequenz Teil 2

Modul/Unit-Nr. TELG1005.2

Kurs-Nr. TEL….GR....

Name der/s Studierenden: ....

☐ Laborausarbeitung in Ordnung.

☐ Laborausarbeitung ungenügend.

Betreuer: Prof. Rupp.....

Ort/Datum: .... Unterschrift: ....

1. <u>Einführung</u>

Theoretische Grundlage des Versuchs sind die " Erläuterungen
Hierzu einige wiederholende Fragen:

a) Was versteht man unter Wirkleistung, Scheinleistung, Blindleistung und Leistungsfaktor?

b) In welchem Zusammenhang stehen die Effektivwerte U, I, die Wirkleistung P_w und der Phasenwinkel φ zwischen $\underline{U}$ und $\underline{I}$?

c) Ein Verbraucher liegt an Netzspannung mit Netzfrequenz $f=50Hz$.Die Augenblicksleistung p(t), die im Verbraucher umgesetzt wird, hat einen Gleich- und einen Wechselanteil. Mit welcher Frequenz schwingt der Wechselanteil?

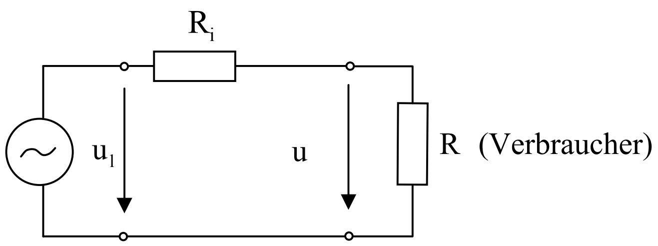
d) Ein Wechselstromverbraucher nimmt bei U = 230 V einen Strom mit I = 0,3 A auf; die Phasenverschiebung beträgt 30^o. Welche Energie entzieht der Verbraucher der Netzversorgung während einer Einschaltdauer von T = 5 min?

e) Wie lassen sich die Maßeinheiten für die Energie in der Mechanik, Wärmelehre und Elektrizitätslehre ineinander umrechnen?

2. **Vorbereitung** (Ergänzung zu den gemeinsamen Erläuterungen)

2.1 Einstellen einer Wechselspannung

Die Spannung am Verbraucher ist aufgrund von Verlusten im allgemeinen kleiner als diejenige, die in der Quelle bereitgestellt wird. Dies führt zum Schaltbild der Quelle mit Innenwiderstand nach Bild 1



$$u = u_l - R_i \cdot i \qquad (1)$$

u_l = Leerlaufspannung

$$\frac{du}{di} = -R_i \qquad (2)$$

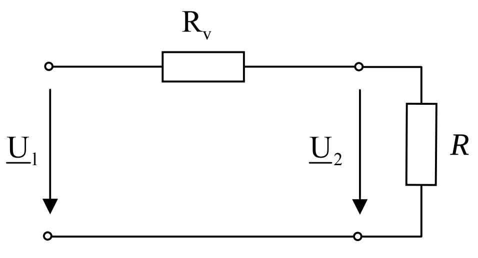
Bild 1

Die Steigung der Kurve zur Funktion $u = u(i)$ ist ein Maß für die Stabilität einer Spannungsquelle bei unterschiedlicher Belastung; sie ist betragsgleich mit dem Innenwiderstand.

Werden andere Spannungswerte benötigt, als die Netzversorgung bietet, stehen folgende Möglichkeiten zur Verfügung:

2.1.1 Schaltung mit Vorwiderstand.

Die Schaltung aus Bild 1 eignet sich bereits zur Spannungseinstellung: An die Stelle von R_i tritt der Vorwiderstand R_v :



$$\underline{U}_2 = \underline{U}_1 - R_v \cdot \underline{I}$$

Bild 2

Vorteil: Eine einfache, preiswerte Schaltung.

Nachteile: Der Einstellbereich stark eingeschränkt.
Die Spannung U2 stark lastabhängig.
Die Leerlaufspannung U_{2l} ($R = \infty$!) ist immer gleich der Eingangsspannung U_1 .
Große Verluste bei kleinen Werten von U_2 .

2.1.2 Schaltung mit Spannungsteiler.

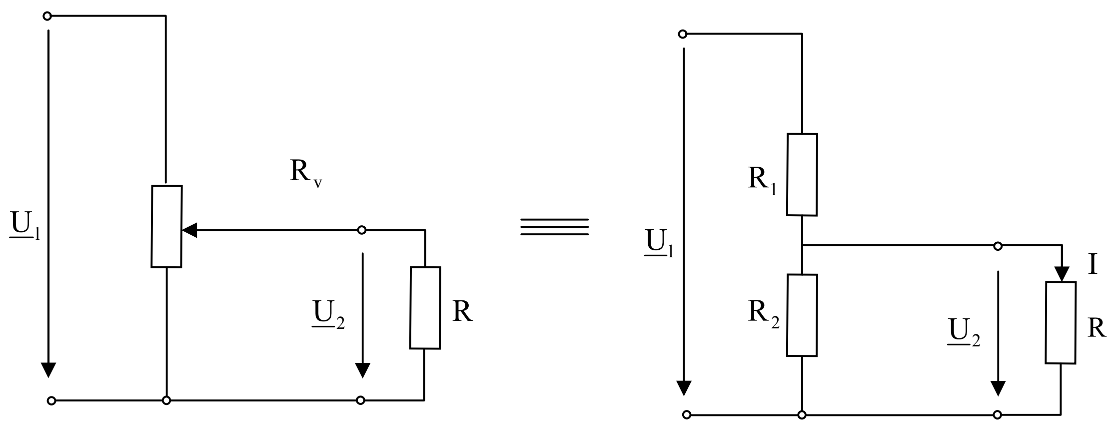


Bild 3

Vorteile: Eine einfache, preiswerte Schaltung.
Bei vergleichsweise niederohmig bemessenem Spannungsteiler ist U_2 wenig lastabhängig.
U_2 ist von 0V bis nahe an U_1 einstellbar.
Die Leerlaufspannung U_{2l} ($R = \infty$!) ist von 0V bis U_1 einstellbar.

Nachteil: Große Verluste bei niederohmigem Spannungsteiler.

2.1.3 Schaltung mit Transformator.

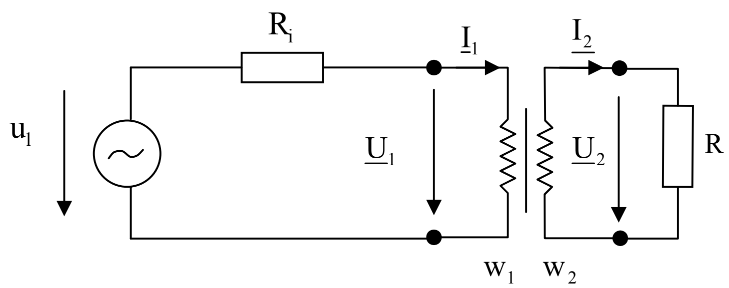


Bild 4

w_1 :Wicklungszahl der Primärwicklung

w_2 :Wicklungszahl der Sekundärwicklung

$ü = \frac{w_1}{w_2}$ = Übersetzungsverhältnis

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{w_1}{w_2} = ü \;\; ; \;\; \frac{I_1}{I_2} = \frac{w_2}{w_1} = \frac{1}{ü} \qquad (3)$$

Vorteile: Geringe Verluste ("Eisenverluste", "Kupferverluste", nur wenige % der Nennleistung).
U_2 nahezu lastunabhängig,
Der Einstellbereich geht von $0V$ bis $\frac{U_1}{ü}$, d.h. auch über U_1 hinaus bei $w_2 > w_1$

Nachteil: Ein vergleichsweise aufwendiges Gerät.

2.1.4 **Schaltung mit Dimmer** (Wechselstromsteller mit Phasenanschnittsteuerung)

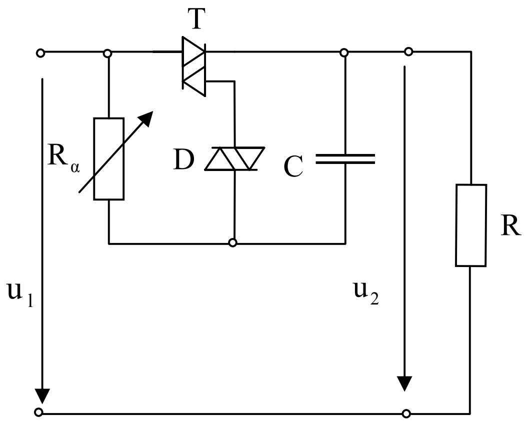


Bild 5a

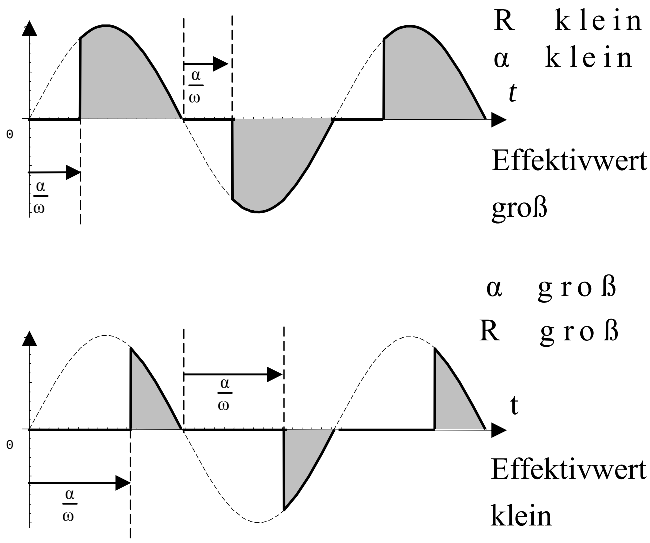


Bild 5b

Der Dimmer ist ein einfaches Beispiel für den Einsatz der Leistungselektronik zur Spannungseinstellung. Auf diese Schaltungsgruppe wird hier verwiesen, obwohl sie eine Sonderstellung einnimmt: Sie bringt eine Abweichung von der Sinusform der Verbraucherspannung. Dies hat Auswirkungen auf die Netzversorgung und auf die für 50 Hz ausgelegte Messtechnik.

Kern der Schaltung in Bild 5a ist der Triac T im Längszweig, ein elektronischer Zweiwegeschalter, der über eine Zündelektrode eingeschaltet werden kann und durchlässig bleibt bis zum nächsten Nulldurchgang der Spannung. Die Zündung erfolgt über einen Diac D, eine Schaltdiode mit bestimmter Zündspannung,

Die Diodenspannung wird vorgegeben durch ein Netzwerk mit Ladekondensator C und veränderlichem Widerstand R_α, der die Ladezeit für C mitbestimmt. Durch Verändern von R_α wird der Zündzeitpunkt innerhalb der Halbperiode T/2 vorgegeben ("Phasenanschnitt") und damit der Effektivwert von $u_2(t)$ einstellbar.

Vorteile: Eine einfache, preiswerte Schaltung.
Geringe Verluste.
U_2 nahezu lastunabhängig.

Nachteile: Die Störung der Netzspannung durch Verfälschen der Sinusform infolge Phasenanschnitt.
Die Effektivwerte sind schwierig zu messen.

2.1.5 Aufgaben:

Aufgabe 1:

Vorgegeben sei die Schaltung aus Bild 2 mit Vorwiderstand R_V, ohmscher Lastwiderstand R und Spannung U_1.

Wie groß sind, abhängig von diesen Größen, Verbraucherstrom und -spannung I und U_2?

Aufgabe 2:

Vorgegeben sei die Schaltung aus Bild 3 mit Spannungsteiler R_1 und R_2, ohmschem Lastwiderstand R und Spannung U_1. Wie groß ist U_2 in Abhängigkeit von diesen Größen?

Aufgabe 3:

Vorgegeben sei der Transformator aus Bild 4 mit einer ohmschen Lastwiderstand R und der Verbraucherspannung U_2. Wie groß sind I_2, I_1 und U_1 bei bekanntem ü? Wie groß ist der Eingangswiderstand der Schaltung, d.h.

$$R_e = \frac{U_1}{I_1} \quad ?$$

Wie groß ist das Leistungsverhältnis $\frac{P_1}{P_2}$?

Aufgabe 4:

Vorgegeben sei eine Phasenanschnittssteuerung nach Bild 5 a, b. Wie groß ist der Effektivwert der Spannung $u_2(t)$ bei $\alpha = \frac{\pi}{2}$? (<u>Überlegen, nicht rechnen!</u>)

2.2 Messen von Leistung und Energie, Wirkungsgrad.

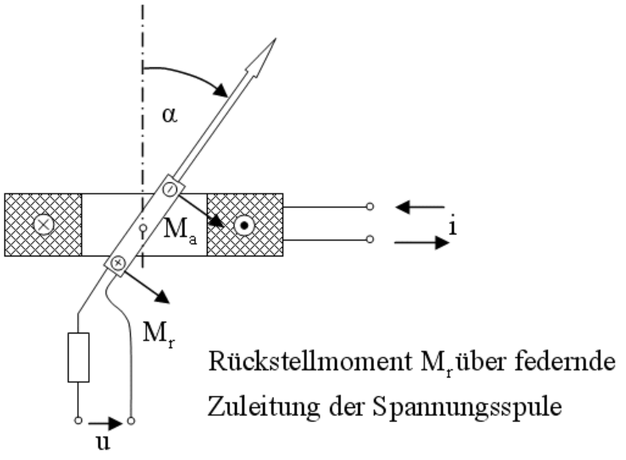


Bild 6

Im Leistunqsmesser (Wattmeter, siehe Bild 6) erfährt der Zeiger ein Auslenkmoment M_a, das durch Zusammenwirken der Felder von Strom- und Spannungsspule proportional ist zu den Augenblickswerten von Strom und Spannung, u und i :

$$m_a = c \cdot u \cdot i = c \cdot p \quad \text{(c: Gerätekonstante)}$$

Die Trägheit des Messsystems lässt nur den zeitlichen Mittelwert M_a wirken, der zusammen mit einem auslenkungsproportionalen Rückstellmoment M_r die Wirkleistung P_w zur Anzeige bringt.

Die Leistungskenngrößen P, P_w, P_b und $\cos\varphi$ lassen sich mit folgender Messschaltung ermitteln:

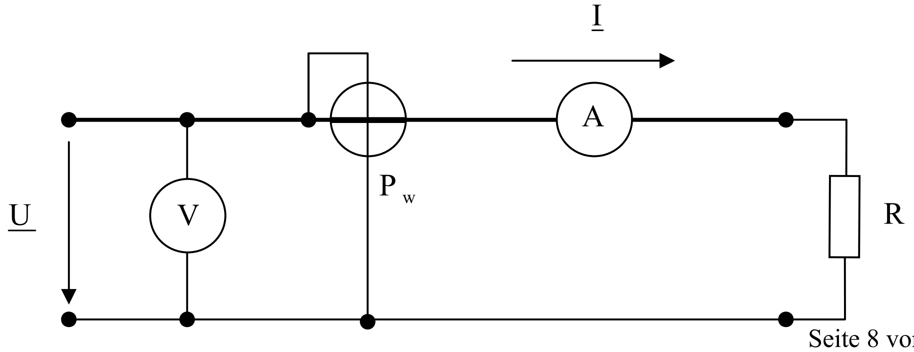


Bild 7

Aufgabe 5:

Berechnen Sie aus den Messergebnissen U, I und P_w der Schaltung aus Bild 7 die Scheinleistung P_s und den Leistungsfaktor $\cos\varphi$!

Der Elektrizitätszähler (Induktionszähler, s. Bild 8) ermittelt die dem Netz entnommene Energie E. Er enthält eine Aluminiumscheibe, deren Umdrehungen gezählt werden

1 Spannungsspule
2 Stromspule
3 Metallscheibe
4 Bremsmagnet
5 Zählwerk

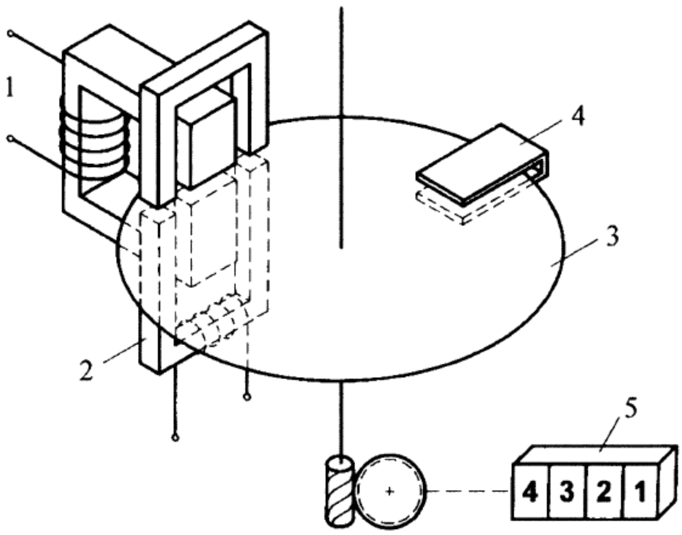


Bild 8: Einphasen-Induktionszähler zur Messung der elektrischen Arbeit (schematisch)
(Quelle: Schrüfer: *Elektrische Messtechnik*, Hanser, 8. Auflage, 2004, S 113)

Die Felder einer Strom- und einer Spannungsspule erzeugen zusammen mit durch sie erzeugten Wirbelströmen ein Antriebsmoment M_a, das wie beim Leistungsmesser proportional zur Wirkleistung P_w ist:

$$M_a = c_1 \cdot P_w$$

Das Feld eines Dauermagneten durchsetzt die Scheibe ebenfalls und bewirkt als Wirbelstrombremse das geschwindigkeitsproportionale Bremsmoment:

$$M_b = c_2 \cdot v \quad \text{mit} \quad v = \omega \cdot r, \quad \omega = \text{Winkelgeschwindigkeit}$$
$$M_b = c_3 \cdot \omega$$

Bei Gleichheit der Momente gilt:

$$M_a = M_b \quad \text{oder} \quad \omega = \frac{c_1}{c_3} \cdot P_w = c_4 \cdot P_w \tag{4}$$

Die Differenz im Zählerstand vor und nach einer Energieentnahme ist proportional zu den inzwischen erfolgten Umdrehungen der Scheibe:

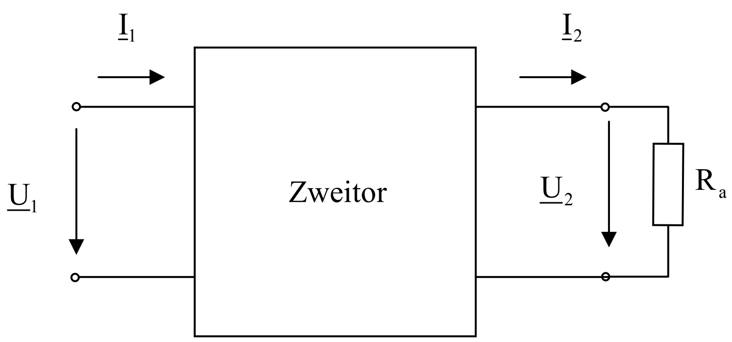
$$a = c_5 \int_{t_1}^{t_2} \omega \cdot dt$$

Mit Gleichung (4) zeigt sich, dass a proportional zur entnommenen Energie ist:

$$a = c_5 \; c_4 \int_{t_1}^{t_2} P_w \cdot dt = c \cdot E$$

Der Zähler ist in Kilowattstunden (kWh) geeicht.

Übertragungsglieder, auch "Zweitore" genannt, zwischen Quelle und Verbraucher R arbeiten im allgemeinen nicht verlustfrei. Dann interessiert das Verhältnis von abgegebener zu aufgenommener Wirkleistung bzw. in gleiche Zeit abgegebener zu aufgenommener Energie. Dies führt zur Definition des Wirkungsgrades η in Bild 9.



$$P_{S1} = U_1 \cdot I_1 \quad P_{S2} = U_2 \cdot I_2$$

$$P_{W1} = U_1 \cdot I_1 \cdot \cos\varphi \;,$$

$$P_{W2} = U_2 \cdot I_2 \cdot \cos\varphi \;,$$

$$\eta = \frac{P_{W2}}{P_{W1}} = \text{Wirkungsgrad}$$

$$\eta = \frac{E_2 \cdot \Delta t}{E_1 \cdot \Delta t} = \frac{E_2}{E_1}$$

Bild 9

3 Messaufgaben und Auswertung.

3.1 Spannungseinstellung:

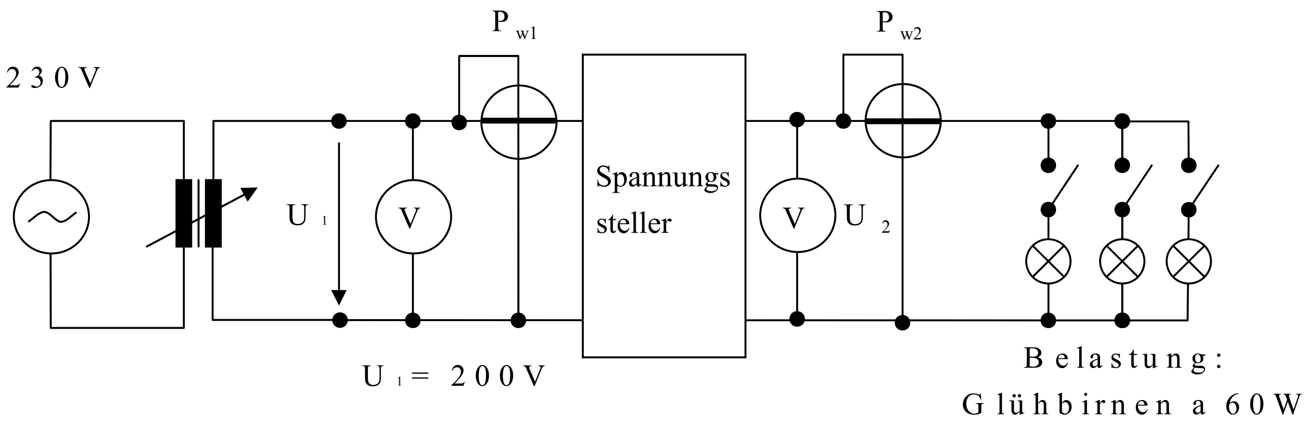


Bild 10:1. Meßschaltung

3.1.1 Setzen Sie in der Messschaltung aus Bild 10 nacheinander die vier Schaltungen zur Spannungseinstellung aus den Bildern 2, 3, 4 und 5a ein:

-Vorwiderstand,
-Spannungsteiler,
-Transformator und - trotz der Messunsicherheit
-Dimmer.

Führen Sie für jede Schaltung die folgenden Mess- und Auswertungsschritte durch:

a) Stellen Sie die Betriebsspannung $U_1 = 200$ V ein,
b) Stellen Sie bei nur einer eingeschalteten Lampe die Spannung $U_2 = 100\text{V}$ ein.
c) Nehmen Sie für folgende Fälle Mess- und Rechenwerte in eine Tabelle auf:

Art der Belastung	Messgrößen	Berechnungen
Leerlauf	U_2, P_{w1}, P_{w2}	$I_2 = \frac{P_{W2}}{U_2}$, $\eta = \frac{P_{W2}}{P_{W1}}$
1X 60Watt		
2x 60Watt		
3x 60Watt		

3.1.2 **Tragen Sie in ein Achsenkreuz die Messkurven $U_2 = f(I_2)$ für jede der vier Schaltungen ein.**
Ermitteln Sie die vier Innenwiderstände aus den Diagrammen gemäß der Ersatzschaltung nach Bild 1. Was folgt daraus für die Lastabhängigkeit der eingestellten Spannung bei den vier Schaltungen?

3.1.3 **Tragen Sie in ein Achsenkreuz die Messkurven $\eta = f(I_2)$ für jede der vier Schaltungen ein und vergleichen Sie die Ergebnisse.**

3.1.4 **Welche der vier Schaltungen arbeiten auch bei Gleichstrom? Welche davon ziehen Sie vor, wenn**

a) eine feste Belastung vorliegt?
b) sich die Last ändert und die Verbraucherspannung U_2 möglichst konstant bleiben soll?

3.2. **Messung elektrischer Energie.**

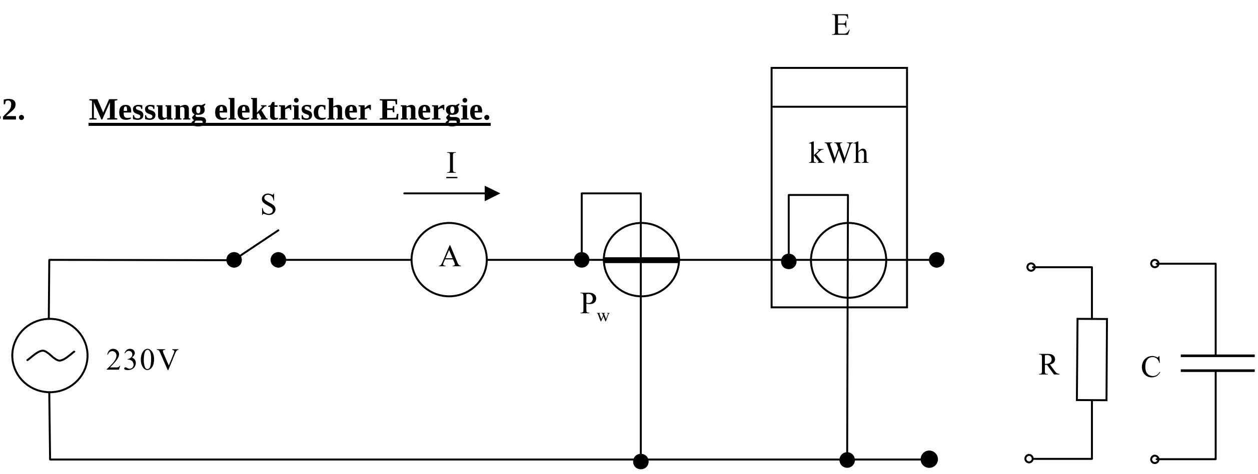


Bild 11: 2.Messschaltung

3.2.1 **Setzen Sie in der Messschaltung aus Bild 11 ein Heizgerät als Verbraucher ein.**
Bringen Sie damit - bei anfangs kaltem Gerät - 1 Liter Wasser zum Sieden. Nehmen Sie folgende Messwerte auf:

Vor dem Einschalten:
- Zählerstand E1
- Wassermenge V (= 1 l, Masse m = 1 kg)
- Anfangstemperatur ϑ_1 des Wassers

Während des Erhitzens:

- Strom I
- Leistung

im 2-min-Abstand messen, danach Mittelwerte bilden.

- Zeitdauer Δt des Erhitzens (Schließdauer des Schalters S).

Nach dem Abschalten (zu Beginn des Siedens):

- Endtemperatur ϑ_2
- Neuer Zählerstand E_2

3.2.2 Berechnen Sie aus den Messwerten.

- im Wasser gespeicherte Wärmemenge W

$$\left[W = c\left(\vartheta_2 - \vartheta_1\right)\right] \cdot m;\ c = 4{,}19 \cdot 10^3 \ \frac{J}{kg \cdot {}^{O}K}$$

- Energieverbrauch ΔE_Z nach Zähler

- Energieverbrauch $\Delta E_P = P_W \cdot \Delta t$; $\left(P_W :\ \text{gemittelter Wert} \right)$

- Wirkungsgrad $\eta = \dfrac{W}{\Delta E_Z}$

3.2.3 Diskussion der Ergebnisse:

- Vergleichen Sie ΔE_Z und ΔE_P. Woher können die Unterschiede kommen?
- Wo blieb die restliche Energie?
- Welches Gewicht kann mit der Energie, die im erwärmten Wasser steckt, um 1 m angehoben werden?

3.2.4 Ersetzen Sie das Heizgerät durch einen Kondensator

Messen Sie
- Strom I
- Leistung P_W

Vergleichen Sie I und P_W aus 3.2.1 und 3.2.4 und erklären Sie den Unterschied.

14.05.2012 Hu