DHBW
Duale Hochschule
Baden-Württemberg
Stuttgart

Studiengang Elektrotechnik

Labor Nachrichtentechnik

Versuch 1:
Messung von Spektren periodischer Signale

Modul/Unit-Nr. TELN3002.2

Kurs-Nr. TEL….GR….

Name der/s Studierenden: .....

☐ Laborausarbeitung in Ordnung.

☐ Laborausarbeitung ungenügend.

Betreuer:……..

Ort/Datum: ..... Unterschrift: .....

I. Vorbereitende Fragen

1. Welche zwei grundsätzlichen Darstellungsmöglichkeiten von Signalen gibt es ?

2. Was versteht man unter der Spektraldarstellung eines Signals ?
   Warum wird diese Darstellungsart bei vielen Problemen der Nachrichtentechnik bevorzugt angewendet ?

3. Auf welcher mathematischer Grundlage beruht die Spektraldarstellung

4. Was versteht man unter der ein- und zweiseitigen Spektraldarstellung ? Worin besteht der Unterschied?

5. Warum sind Amplituden- und Phasenspektrum zur eindeutigen Kennzeichnung eines Signals notwendig ?

II. Erläuterungen

1. Fourieranalyse

Periodische Signale s(t) mit der Periodendauer T;
$s(t \pm n \cdot T_0) = s(t)$; $n = 0,1,2.3,....$ lassen sich unter gewissen einschränkenden Bedingungen (Dirichlet !) , die für Signale, die in der Praxis vorkommen, als erfüllt angesehen werden können, in eine Fourierreihe entwickeln:

$$s(t) = a_0 + a_1 \cos\omega_0 \cdot t + a_2 \cos 2\omega_0 \cdot t + a_3 \cos 3\omega_0 \cdot t + ...$$
$$+b_1 \sin\omega_0 \cdot t + b_2 \sin 2\omega_0 \cdot t + b_3 \sin 3\omega_0 \cdot t + ...$$

Hierbei lassen sich die Fourierkoeffizienten nach folgenden Beziehungen berechnen:

$$a_0 = \frac{1}{T}\int_t^{t+T} s(t)dt$$
$$a_n = \frac{2}{T}\int_t^{t+T} s(t)\cdot\cos(n\omega_0 t)\,dt\,;$$
$$b_n = \frac{2}{T}\int_t^{t+T} s(t)\cdot\sin(n\omega_0 t)\,dt$$
$$n = 1,2,3,4.....$$

Mit Hilfe der trigonometrischen Beziehung

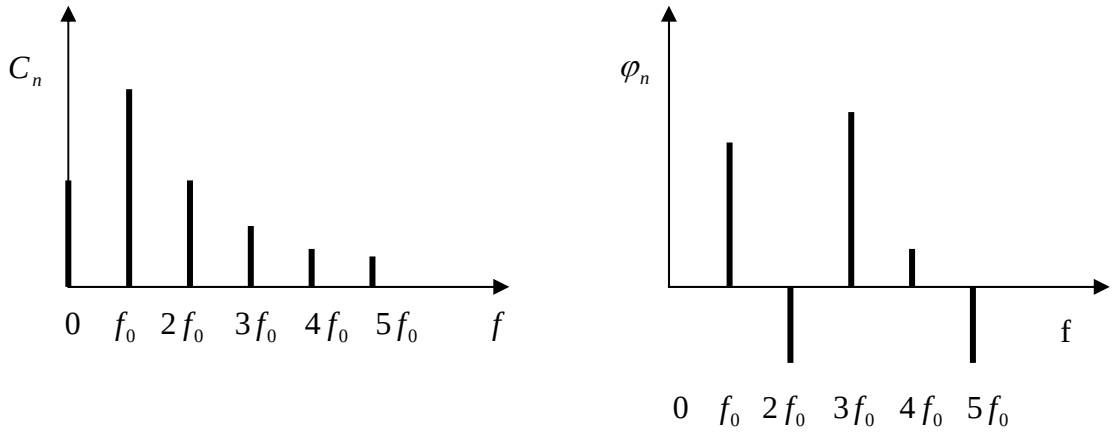
$$a_n \cdot \cos(n\omega_0 \cdot t) + b_n \cdot \sin(n\omega_0 \cdot t) = c_n \cdot \cos(n\omega_0 \cdot t) + \varphi)$$

lässt sich s(t) auch in der Form

$$c_n = \left|\sqrt{a_n{}^2 + b_n{}^2}\right| \qquad \varphi = -\arctan\frac{b_n}{a_n}$$

darstellen. Hierbei ist $c_0 = a_0$

Die Darstellung der Amplituden $c_n > 0$ und der Phasen φ_n über den Spektralfrequenzen $n \cdot f_0$ $(n = 0,1,2,3.....)$ ergibt das Amplitudenspektrum (Bild 1a) bzw. das Phasenspektrum (Bild 1b).



Aufgabe 1:

Im folgenden sind die Spektren dreier Signale im Bereich $n = 1,2,3,....15$ zu berechnen und aufzuzeichnen.

a) Man bestimme für die Rechteckfolge des Bildes 2a die Fourier-Darstellung und verwende dabei den Parameter $\tau / T = \alpha$ (= Tastverhältnis). Man stelle das Amplitudenspektrum dar für $\alpha = 1/7$

b) In gleicher Weise bestimme man die Fourierreihen für die periodischen Signale der Bilder 2b,c und stelle jeweils das Amplitudenspektrum in einer gesonderten Skizze dar.

c) Zur Kontrolle der späteren Messwerte ist für jedes der Signale der Bilder 2a,b,c eine Tabelle vorzubereiten mit den folgende Spalten:

n	c_n / c_1 *berechnet*	p / dB *berechnet*	c_n / c_1 *Messung*1	c_n / c_1 *Messung*1
1				
.				
.				
.				
15				

Dabei sind c_n die Amplitudenwerte der Fourierkoeffizienten aus den Aufgabenteilen a) und b) , p die Pegelwerte der Teilschwingungen gegenüber der Grundschwingung gemäß

$$P / dB = 20 \log c_n / c_1$$

Die Spalten 2 und 3 sind zu berechnen und das Spektrum in der Form

p/dB = f (n)

für jedes Signal in einem eigenen Schaubild darzustellen. Was fällt beim Vergleich von Rechteck- und Dreiecksignal auf?

(Hinweis: Für die symmetrische Rechteckschwingung ist in der Tabelle ein weiteres Spaltenpaar für „Messung 3“ notwendig.)

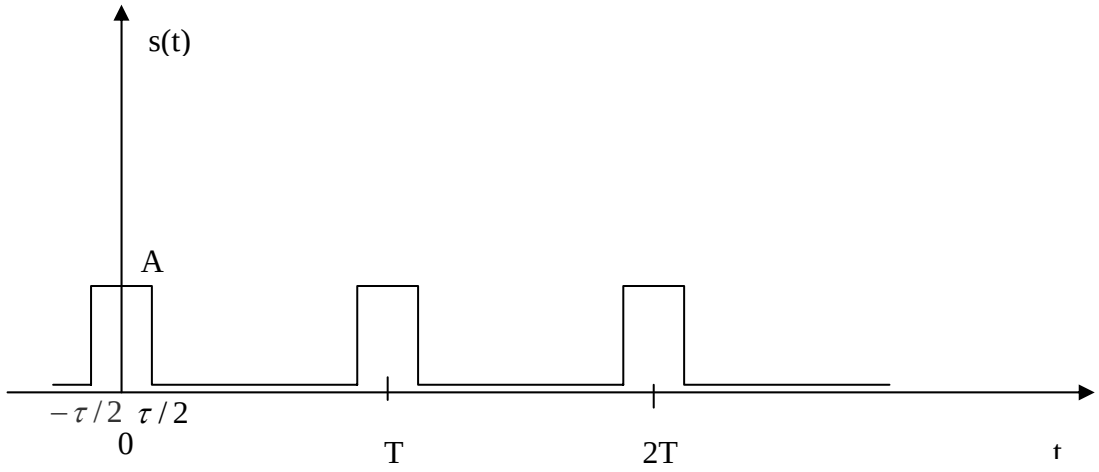


Bild 2a

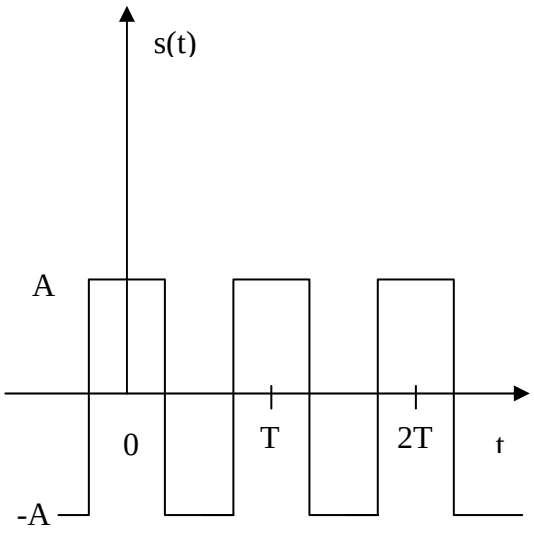


Bild 2b

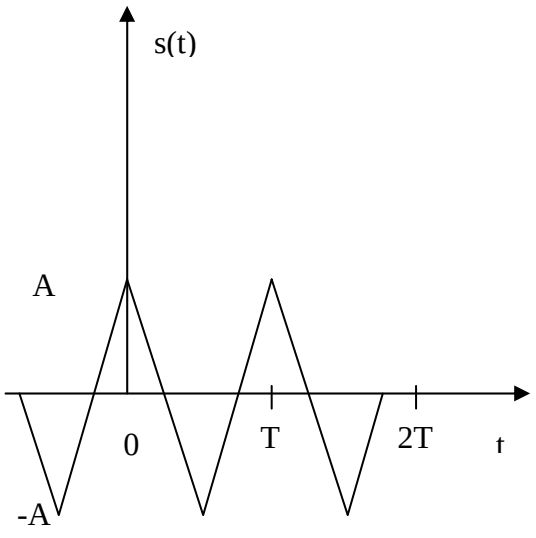


Bild 2c

2. Messmethoden

2.1 Messung mit Hilfe eines selektiven Voltmeters

Ein selektives Voltmeter besteht im Prinzip aus den in Bild 3 angegebenen Baugruppen.

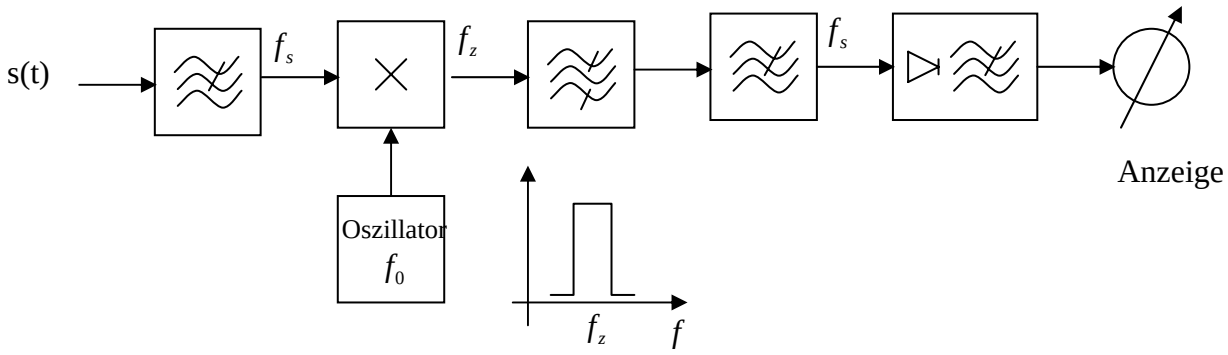


Bild 3

Das Eingangssignal durchläuft einen Tiefpass mit der Grenzfrequenz f_g , die durch die oberste Messfrequenz der Signale s(t) bestimmt ist. Der dem Tiefpass folgende Amplitudenmodulator setzt das Signal s(t) mit der Frequenz f_s mit Hilfe des Oszillators , der eine sinusförmige Spannung mit der Frequenz f_0 abgibt, in ein amplitudenmoduliertes Signal mit fester Zwischenfrequenz

$$f_z = f_s + f_0$$

um. Da der Modulator an seinem Ausgang neben dem Signal mit der Frequenz $f_s + f_0$ immer auch ein solches mit der Frequenz $f_s - f_0$ erzeugt, das bei hochfrequenten Signalanteilen am Eingangssignal s(t) (z.B. Rauschen) den Wert der Zwischenfrequenz f_z annehmen kann, müssen diese hohen unerwünschten Spektralanteile (so genannte Spiegelfrequenzen) durch den vorgeschalteten Tiefpass unterdrückt werden.

Der dem Modulator folgende Bandpass lässt nur Signale mit Frequenz um die Zwischenfrequenz f_z herum durch. Dieses ZF-Signal, dessen Amplitude proportional der Amplitude des Eingangssignals ist, wird gleichgerichtet und angezeigt. Die Abstimmung des selektiven Voltmeters erfolgt durch Einstellen der Frequenz f_0 des durchstimmbaren Oszillators. Dabei ist stets

$$f_0 = f_z + f_s .$$

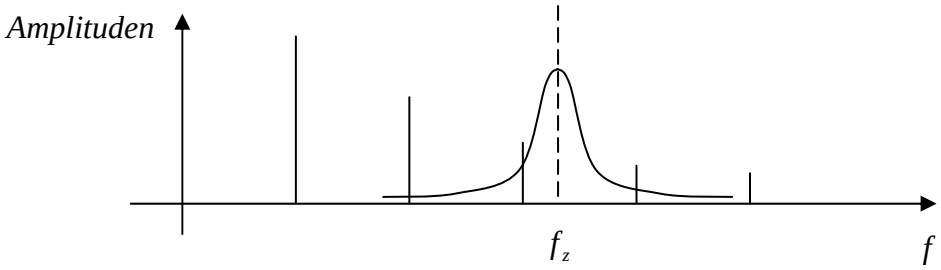


Bild 4

Die Messung des Amplitudenspektrums mit einem selektiven Voltmeter kommt also dadurch zustande, dass mit Hilfe eines schmalbandigen Filters das zu messende Spektrum abgetastet wird. Durch Veränderung der Oszillatorfrequenz f_o wird das Spektrum über den Frequenzbereich verschoben und sobald eine Spiegelfrequenz auf die Zwischenfrequenz f_z fällt, erfogt eine Anzeige (Bild 4).

Die Leistungsfähigkeit eines selektiven Voltmeters wird im wesentlichen durch zwei Eigenschaften bestimmt. Da ist einmal das spektrale Auflösungsvermögen, das darüber entscheidet, ob außer der zu messenden Spektrallinie noch weitere benachbarte mit erfass t werden. Dies wird entscheidend durch die Bandbreite des ZF-Filters (s. Bild 4) bestimmt. Die zweite Eigenschaft ist die Dynamik, d.h. das Verhältnis von oberer zu unterer Grenze des Aussteuerbereichs. Die obere Grenze wird bestimmt durch Nichtlinearitäten des Geräts und durch das Auftauchen von Störmischprodukten, die untere Grenze durch den Rauschpegel.

2.2 Messung mit Hilfe eines Spektralanalysators

Erfolgt die Durchstimmung des Oszillators automatisch und erfolgt die Anzeige der gemessenen Spektralanteile über der Frequenz mit Hilfe eines Bildschirms, so erhält man einen Spektral-analysator. Bild 5 zeigt ein Blockschaltbild eines solchen Gerätes.

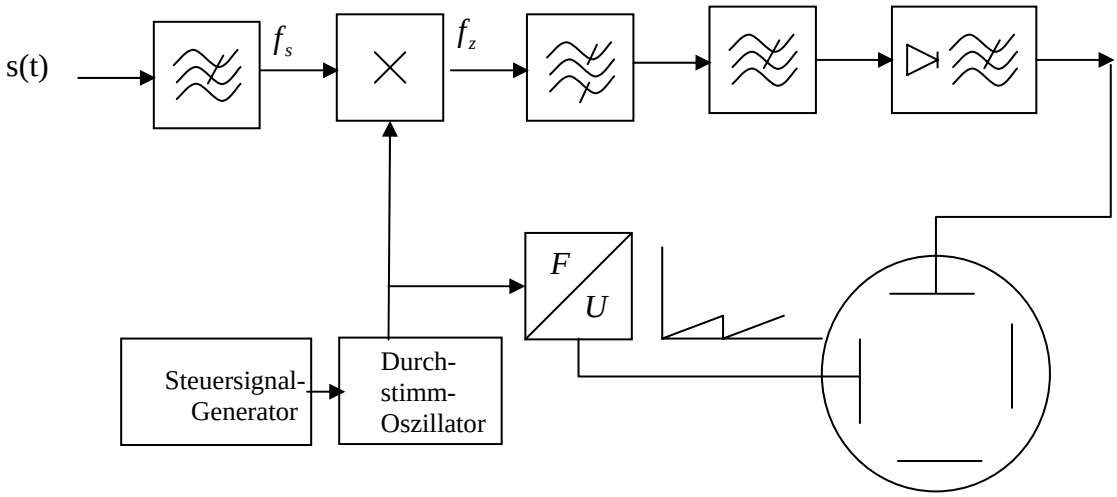


Bild 5

Je höher das spektrale Auflösungsvermögen ist, desto mehr Zeit erfordert die Analyse, weil jede Teilschwingung des Signals solange analysiert werden muss, bis das schmalbandige Filter des Analysators eingeschwungen ist. Die Geschwindigkeit des Durchstimmens (Wobbel-geschwindigkeit) des Oszillators darf also höchstens so groß sein wie die Einschwinggeschwindigkeit des Filters. Ist die Frequenzeinheit f_E (Frequency/Div), die Wobbelzeit t_E (Sweep Time/Div), die Bandbreite des Filters Δf und die Einschwingzeit des Filters T_{ein}, so gilt:

$$\frac{f_E}{t_E} < \frac{\Delta f}{T_{ein}}$$

oder mit $T_{ein} \approx \frac{1}{\Delta f}$:

$$\frac{f_E}{t_E} < \Delta f^2$$

Im allgemeinen wird realisiert

$$\frac{f_E}{t_E} = k \cdot \Delta f^2 \quad mit\ k \approx 0{,}1$$

Die Größe k hängt vom Einschwingverhalten des verwendeten Filters ab.

Aufgabe 2:

Für eine Messung mit dem Spektrumanalysator seien die Bandbreit Δf des Messfilters und die Frequenzeinheit f_E für die Darstellung am Bildschirm vorgegeben. Wie groß muss die Wobbelzeiteinheit t_E mindestens gewählt werden (k = 1)?

	$f_E = 100Hz / Div$	$= 500Hz / Div$	$= 1kHz / Div$
$\Delta f = 10Hz$			
$30Hz$			
$100Hz$			
$300Hz$			

Aufgabe 3:

Eine Rechteck-Impulsfolge soll mit Hilfe eines Spektral-Analysators sehr genau auf ein vorgegebenes Tastverhältnis eingestellt werden.

a) Wie kann dies im einzelnen geschehen?

   Man erläutere die notwendige Vorgehensweise.

b) Von welchen Faktoren hängt die erreichbare Genauigkeit für der Einstellung des Tastgrads ab?

2.3-Messung mit Hilfe eines Oszilloskops

Mit Hilfe eines Oszilloskops und eines Schwingkreises ist es möglich, die Fourierkoeffizienten eines periodischen Signals darzustellen. Bild 6 zeigt die prinzipielle Messanordnung.

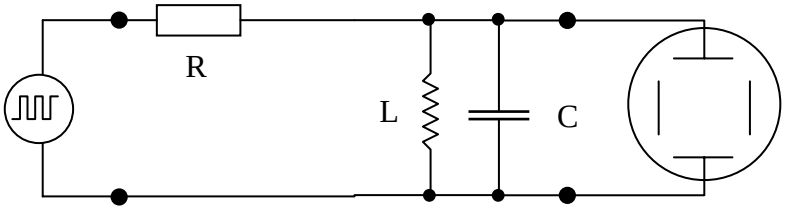


Bild 6

Der Generator gebe z.B. eine rechteckförmige Schwingung ab. Die Frequenz f_0 der Schwingung werde so gewählt, dass sie der Resonanzfrequenz des Schwingkreises entspricht. Auf dem Bildschirm des Oszilloskops erscheint dann eine sinusförmige Schwingung der Frequenz f_0 und der Amplitude A ; die Grundschwingung periodischen Signals. Verringert man die Frequenz des periodischen Signals auf $f_0 / 3$, so erscheint auf dem Bildschirm wiederum eine sinusförmige Schwingung mit der Amplitude A/3, die 3. Teilschwingung. Wird die Frequenz der rechteckförmigen Schwingung auf $f_0 / 5$ reduziert, so beobachtet man auf dem Bildschirm eines sinusförmige Schwingung mit der Amplitude A/5 usw. Offenbar ist es mit diesem Verfahren möglich, nacheinander die einzelnen Teilschwingungen eines periodischen Signals auf dem Bildschirm darzustellen.

Aufgabe 4:

a) Zur Verdeutlichung des Messprinzips skizziere man mit gleichem Frequenzmaßstab je ein Spektrum für die Rechtecksignale mit $f_0 / 3$ und $f_0 / 5$. Dabei ist f die Frequenz der Grundschwingung des Signals und f 0 die Resonanzkreisfrequenz des Schwingkreises,

b) Das Messverfahren wurde mittels einer rechteckförmigen Schwingung erläutert. Lässt es sich auch auf beliebige periodische Signale anwenden? Begründung!

III. Laborübungen

1.Messung mit Hilfe des selektiven Voltmeters

a) Man messe für ein Rechtecksignal und für ein Dreiecksignal, die jeweils die Frequenz $f_0 = 1\,kHz$ in der Grundschwingung aufweisen, das Amplitudenspektrum mit einem selektiven Voltmeter und übertrage die Ergebnisse in die vorbereitete Tabelle aus Aufgabe lc). Es sollen die Spektralanteile bis mindestens zur 15. Spektrallinie ermittelt werden.

b) Man trage die Messwerte in die entsprechenden graphischen Darstellungen aus den Aufgaben lb) und lc) ein und vergleiche gerechnete und gemessene Werte. Woher können Abweichungen kommen?

2. Messung mit Hilfe eines Spektralanalysators

a) Man stelle zur Kontrolle die in Teil Ill, la) gemessenen Spektren von Rechteck- und Dreiecksignal am Bildschirm des Analysators dar.

b) Man stelle am Funktionsgenerator das in Aufgabe la) in Teil I berechnete Rechtecksignal mit der Frequenz f 1 kHz und dem Tastverhältnis 1/7 ein und messe das Spektrum mit dem Analysator. Man stelle das Tastverhältnis anhand des Spektrums genau ein. Wie lautet das Kriterium? Man vergleiche das Spektrum mit der Rechnung.

c) Man beobachte die am Gerät zulässigen Einstellkombinationen von Frequenzeinheit (Frequenz/Division) Wobbelzeiteinheit (SweepTime/Div) und Bandbreite des Filters, Wie groß ist k?

3.Messung mit Hilfe der Schaltung Bild 6

a) Man messe die Bandmitte des Schwingungskreises aus Bild 6.

b) Man bestimme nach dem Verfahren aus Abschnitt II, 2,3 das Amplitudenspektrum für eine Rechteckschwingung bis zur 10.ten Teilschwingung und trage das Ergebnis in die vorbereitete Tabelle aus Aufgabe lc ein und vergleiche die Messergebnisse.

d) Bei den höheren Spektralfrequenzen beobachtet man eine zunehmende Verzerrung der sinusförmigen Schwingung und daraus folgende Messfehler. Worauf beruht dieser systematische Messfehler und wie könnte er verkleinert werden?

Benötigte Geräte für den Laborversuch „Messung von Spektren periodischer Signale“

1	Funktionsgenerator	(Wavetek 166)
1	Oszilloskop	(Philips PM 3214)
1	Frequenzzähler	(Philips PM 6661)
1	Spektralanalysator	(HP 3580 A)
4	T-Stücke	BNC
6	Koaxialkabel	BNC-BNC
1	Koaxialkabel	BNC-Banane