

Formal Languages and Automata

Aufgabensammlung

Jan Hladik und Stephan Schulz

10. November 2014

1 Übungsaufgaben

1.1 Endliche Automaten

1.1.1 Aufgabe

Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Geben Sie für die folgenden Sprachen einen DFA an

- $L_0 = \{w \in \Sigma^* \mid |w|_a + |w|_b = 5\}$
- $L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid |w|_a \cdot |w|_b = 4\}$
- $L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid |w| \geq 2 \text{ und } w[|w| - 1] = w[2]\}$

1.1.2 Aufgabe

Betrachten Sie den deterministischen endlichen Automaten A_2 in Abbildung 1.

1. Welche Konfigurationsfolge durchläuft der Automat beim Bearbeiten des Wortes *ababab*?
2. Welche Konfigurationsfolge durchläuft der Automat beim Bearbeiten des Wortes *aaabbb*?
3. Geben Sie den Automaten in tabellarischer Form an.
4. Geben Sie eine formale Beschreibung von $L(A_2)$

1.1.3 Aufgabe

Betrachten Sie den deterministischen endlichen Automaten A_3 in Abbildung 2.

1. Welche Konfigurationsfolge durchläuft der Automat beim Bearbeiten des Wortes *ababab*?
2. Welche Konfigurationsfolge durchläuft der Automat beim Bearbeiten des Wortes *aaabbb*?

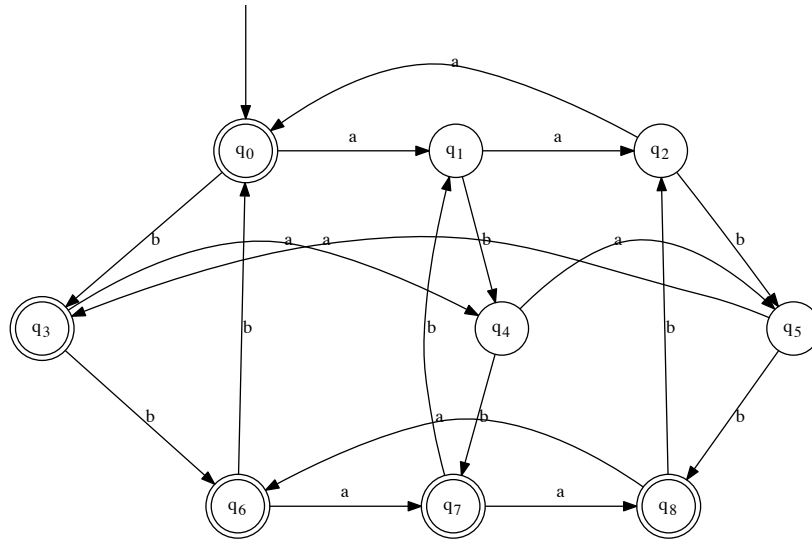


Abbildung 1: Automat A_2

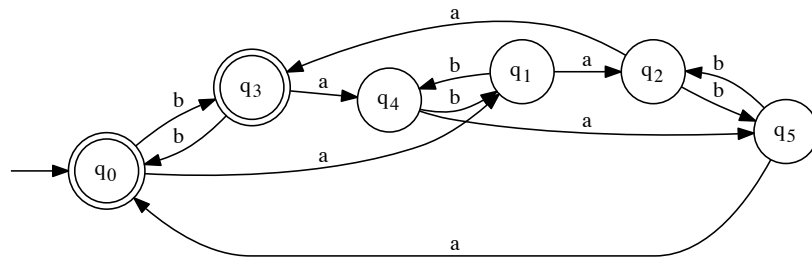


Abbildung 2: Automat A_3

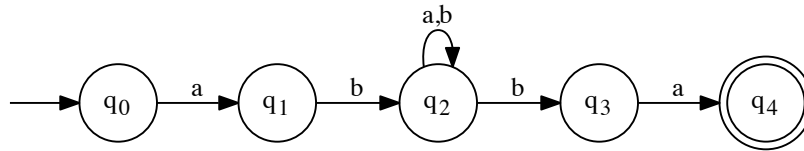


Abbildung 3: Automat A_4

3. Geben Sie den Automaten in tabellarischer Form an.
4. Geben Sie eine formale Beschreibung von $L(A_2)$
5. Minimieren Sie den Automaten mit dem in der Vorlesung vorgestellten Verfahren.

1.1.4 Aufgabe

Betrachten Sie den NFA A_4 in Abbildung 3.

- a) Welche möglichen Ableitungen durchläuft der Automat auf dem Wort $abbbba$?
- b) Beschreiben Sie $L(A_4)$ als Menge.
- c) Konvertieren Sie A_4 mit dem in der Vorlesung angegebenen Verfahren in einen deterministischen endlichen Automaten.

1.2 Reguläre und nichtreguläre Sprachen

1.2.1 Aufgabe

Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Sei $L_0 = \{a^n b b a^n \mid n \in \mathbb{N}\}$.

- a) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G mit $L(G) = L_0$ an.
- b) Überprüfen Sie, welche die folgenden Worte in L_0 sind. Geben Sie im positiven Fall eine Ableitung in G an.
 - a1) bb
 - a2) aba
 - a3) $aabbba$
- c) Zeigen oder widerlegen Sie: L_0 ist regulär.

1.2.2 Aufgabe

Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Sei $L_1 = \{a^n w a^n \mid n \in \mathbb{N}, w \in \Sigma^*\}$.

- a) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G mit $L(G) = L_1$ an.
- b) Überprüfen Sie, welche die folgenden Worte in L_1 sind. Geben Sie im positiven Fall eine Ableitung in G an.
 - a1) ε
 - a2) $babab$
 - a3) $aabbaaa$
- c) Zeigen oder widerlegen Sie: L_1 ist regulär.

1.2.3 Aufgabe

Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Sei $L_2 = \{a^n b a^n \mid n \in \mathbb{N}, n \leq 2\}$.

- a) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G mit $L(G) = L_2$ an.
- b) Überprüfen Sie, welche die folgenden Worte in L_2 sind. Geben Sie im positiven Fall eine Ableitung in G an.
 - a1) ε
 - a2) b
 - a2) $aabaa$
- c) Zeigen oder widerlegen Sie: L_2 ist regulär.

1.2.4 Aufgabe

Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Sei $L_3 = \{a^n b^{2n} \mid n \in \mathbb{N}\}$.

- a) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G mit $L(G) = L_3$ an.
- b) Überprüfen Sie, welche die folgenden Worte in L_3 sind. Geben Sie im positiven Fall eine Ableitung in G an.
 - a1) ε
 - a2) $aabbbb$
 - a3) $aaabbb$
- c) Zeigen oder widerlegen Sie: L_3 ist regulär.

1.2.5 Aufgabe

Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Sei $L_4 = \{a^n b b a^m \mid n, m \in \mathbb{N}\}$.

- a) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G mit $L(G) = L_4$ an.
- b) Überprüfen Sie, welche die folgenden Worte in L_4 sind. Geben Sie im positiven Fall eine Ableitung in G an.
 - a1) bba
 - a2) $ababba$
 - a3) $aabbaa$
- c) Zeigen oder widerlegen Sie: L_4 ist regulär.

1.2.6 Aufgabe

Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Sei $L_8 = \{a^n b w a^n \mid w \in \Sigma^*, n \in \mathbb{N}\}$.

- a) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G mit $L(G) = L_8$ an.
- b) Überprüfen Sie, welche die folgenden Worte in L_8 sind. Geben Sie im positiven Fall eine Ableitung in G an.
 - a1) $abba$
 - a2) $ababaa$
 - a3) $aababa$
- c) Zeigen oder widerlegen Sie: L_8 ist regulär.

1.3 Grammatiken und Sprachen

1.3.1 Aufgabe

Sei $\Sigma = \{a, b\}$ und $G_2 = (\{S, T, U, X\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow aTU, U \rightarrow X, TX \rightarrow T, T \rightarrow bS, T \rightarrow b\}, S)$. Bestimmen Sie:

1. den maximalen Typ der Grammatik in der Chomsky-Hierarchie
2. die erzeugte Sprache
3. den maximalen Typ der erzeugten Sprache in der Chomsky-Hierarchie
4. falls Sprache und Grammatik unterschiedliche Typen haben, geben Sie eine äquivalente Grammatik mit dem maximal möglichen Typ an.

1.3.2 Aufgabe

Sei $\Sigma = \{a, b\}$ und $G_3 = (\{S\}, \{a, b\}, \{S \rightarrow \varepsilon, S \rightarrow aSb\}, S)$. Bestimmen Sie:

1. den maximalen Typ der Grammatik in der Chomsky-Hierarchie
2. die erzeugte Sprache
3. den maximalen Typ der erzeugten Sprache in der Chomsky-Hierarchie
4. falls Sprache und Grammatik unterschiedliche Typen haben, geben Sie eine äquivalente Grammatik mit dem maximal möglichen Typ an.

1.3.3 Aufgabe

Sei $L = \{a^n b^m c^p d^q \mid m, n, p, q \in \mathbb{N} \text{ und } m + n = p + q\}$.

- a) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G an, die die Sprache L erzeugt
- b) Geben Sie Ableitungen in G für die folgenden Worte an:
 - b1) $aabbccdd$
 - b2) $abdd$

2 Ideensammlung

- DFA minimieren
- NFA in DFA umwandeln
- RE in NFA umwandeln
- DFA in rechts-lineare Grammatik umwandeln
- DFA in RE umwandeln (?)
- Algebra auf REs?
- Rechts-lineare Grammatik in NFA umwandeln
- DFA für gegebene Sprache angeben
- Sprache für NFA, DFA, RE, Grammatik bestimmen
- Pumping-Lemma
- Produktautomaten konstruieren
- Abschlusseigenschaften nutzen (?)
- Was zu flex/bison?

- Typ einer Grammatik bestimmen
- Typ einer Sprache bestimmen
- CNF einer Grammatik berechnen - eventuell einzelne Stufen einzeln?
- Parsen mit CYK