Formal Languages and Automata

Aufgabensammlung

Jan Hladik und Stephan Schulz

21. November 2014

1 Lösungen

Die folgenden Ergebnisse sollen Ihnen ermöglichen, zu überprüfen, ob Ihre eigenen Antworten auf die Fragen korrekt sind. Hierbei wird aus Platzgründen der Lösungsweg oft verkürzt dargestellt; es handelt sich also nicht um Musterlösungen in dem Sinn, dass es für diese Antworten in der Klausur die volle Punktzahl geben würde.

Es wird keine Garantie für Fehlerfreiheit übernommen. Falls Sie ein Ergebnis für falsch halten, können Sie die Dozenten kontaktieren.

1.1 Endliche Automaten

1.1.1 Aufgabe

siehe Beiblatt

1.1.2 Aufgabe

1. $(q_0, ababab) \rightarrow (q_1, babab) \rightarrow (q_4, abab) \rightarrow (q_5, bab) \rightarrow (q_8, ab) \rightarrow (q_6, b) \rightarrow (q_0, \varepsilon)$

2. analog; die Zustände sind $q_0, q_1, q_2, q_0, q_3, q_6, q_0$

3.

	a	b
$\rightarrow *q_0$	q_1	q_3
q_1	q_2	q_4
q_2	q_0	q_5
$*q_3$	q_4	q_6
q_4	q_5	q_7
q_5	q_3	q_8
$*q_6$	q_7	q_0
$*q_7$	q_8	q_1
$*q_8$	q_6	q_2

4. $L(A_2) = \{w \in \Sigma^* \mid (|w|_a \bmod 3) = 0 \text{ oder } (|w|_b \bmod 3) = 2\}$

1.1.3 Aufgabe

1. analog 1.1.2; Endzustand q_0

2. analog 1.1.2; Endzustand q_0

3. analog 1.1.2

4. $L(A_3) = \{w \in \Sigma^* \mid (|w|_a \bmod 3) = 0\}$

5. Ununterscheidbar sind die folgenden Paare: $(q_0, q_3), (q_1, q_4), (q_2, q_5)$

1.1.4 Aufgabe

a) $(q_0, abbbba) \to (q_1, bbbba) \to (q_2, bbba) \to (q_3, bba)$
$(q_0, abbbba) \to (q_1, bbbba) \to (q_2, bbba) \to (q_2, bba) \to (q_3, ba)$
$(q_0, abbbba) \to (q_1, bbbba) \to (q_2, bbba) \to (q_2, bba) \to (q_2, ba) \to (q_3, a) \to (q_4, \varepsilon)$ (akzeptierend)
$(q_0, abbbba) \to (q_1, bbbba) \to (q_2, bbba) \to (q_2, bba) \to (q_2, ba) \to (q_2, a) \to (q_2, \varepsilon)$

b) $L(A_4) = \{abwba \mid w \in \Sigma^*\}$

c) s. Beiblatt

1.2 Reguläre und nichtreguläre Sprachen

Die Variable n bezeichnet in diesem Abschnitt die Variable n aus der Definition des Pumping-Lemmas, d.h. die Mindestlänge eines „aufpumpbaren“ Wortes.

1.2.1 Aufgabe

a) $G = (\{S\}, \{a, b\}, P, S)$
$P = \{S \to aSa \mid bb\}$

b) ja, nein, ja.

c) L_0 ist nicht regulär. Dies kann mit dem PL gezeigt werden, indem die Länge des Wortes gleich $2n+2$ gewählt wird. Dann liegt das Wort v im ersten a-Block und mit der Wahl $h = 2$ ist die Anzahl der a vor bb ungleich der danach.

1.2.2 Aufgabe

In dieser und den folgenden Aufgaben werden für die Grammatik nur die Produktionsregeln angegeben. Startsymbol ist jeweils S.

a) $P = \{S \to S_0 \mid \varepsilon, S_0 \to aS_0 \mid bS_0 \mid a \mid b\}$

b) ja, ja, ja

c) Da die Grammatik rechtslinear ist, ist L_1 regulär.

1.2.3 Aufgabe

a) $P = \{S \to b \mid aba \mid aabaa\}$

b) nein, ja, ja

c) Da L_2 endlich ist, ist sie regulär.

1.2.4 Aufgabe

a) $P = \{S \to S_0 \mid \varepsilon; S_0 \to aSbb \mid abb\}$

b) ja, ja, nein

c) L_3 ist nicht regulär. Wähle $3n$ als Länge des Wortes s, dann weiter wie bei Aufgabe 1.2.1.

1.2.5 Aufgabe

a) $P = \{S \to LR; L \to aL \mid b; R \to Ra \mid b\}$

b) ja, nein, ja

c) $L_3 = a^*bba^*$ ist regulär.

1.2.6 Aufgabe

a) $P = \{S \to aSa \mid T; T \to Ta \mid Tb \mid b\}$

b) ja, ja, nein

c) Wähle ein Wort s mit Länge $2n+1$ und $w = \varepsilon$. Dann kann das PL wie in Aufgabe 1.2.1. angewendet werden.

1.3 Grammatiken und Sprachen

1.3.1 Aufgabe

1. Typ 0 wegen $TX \to X$
2. $L(G_2) = ab(ab)^*$
3. Typ 3, da mit regulärem Ausdruck beschreibbar.
4. $P = \{S \to abS \mid ab\}$

1.3.2 Aufgabe

1. Typ 0 wegen $S \to \varepsilon$, da S auf einer rechten Regelseite vorkommt
2. $L(G_3) = \{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$
3. Typ 2
4. $P = \{S \to S_0 \mid \varepsilon; S_0 \to aS_0b \mid ab\}$

1.3.3 Aufgabe

a) $P = \{S \to \varepsilon \mid S_0;$
$S_0 \to aS_0d \mid ad \mid aTc \mid ac \mid bUd \mid bd \mid bVc \mid bc;$
$T \to aTc \mid ac \mid bVc \mid bc;$
$U \to bUd \mid bd \mid bVc \mid bc;$
$V \to bVc \mid bc\}$

b) $S \to S_0 \to aS_0d \to aaS_0dd \to aabVcdd \to aabbccdd$
$S \to S_0 \to aS_0d \to abdd$

1.3.4 Aufgabe

- zu eliminierende Kettenregeln: $A \to B, A \to D, D \to C$, damit implizit auch $A \to C$
- nicht terminierend: B
- nicht erreichbar: E

- Grammatik in CNF:
  $S \to AX_c$
  $A \to X_aF \mid X_aX_c \mid X_bG \mid X_bX_c \mid CX_c \mid c$
  $D \to X_bG \mid X_bX_c \mid CX_c \mid c$
  $C \to CX_c \mid c$
  $F \to AX_c$
  $G \to DX_c$
  $X_a \to a$
  $X_b \to b$
  $X_c \to c$

1.3.5 Aufgabe

a) s. Beiblatt

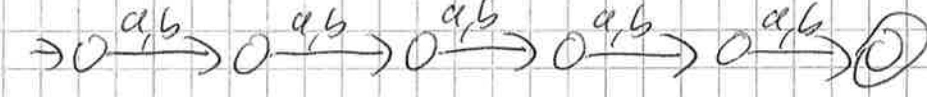
b) $L(G) = \{a^n(a+b)^n \mid n \geq 1\}$

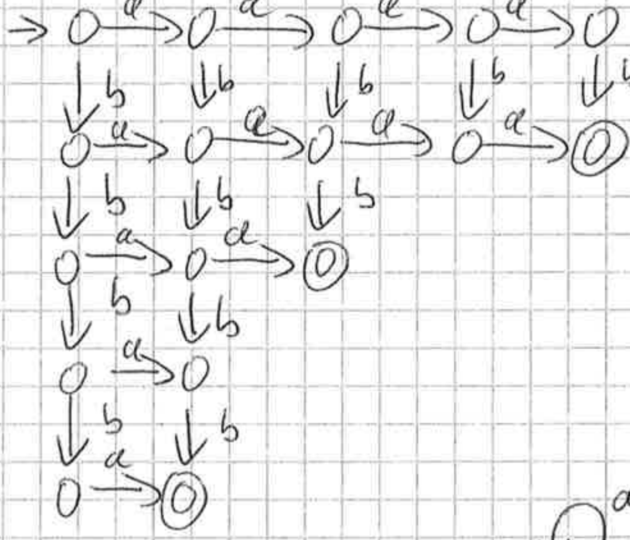
1.3.6 Aufgabe

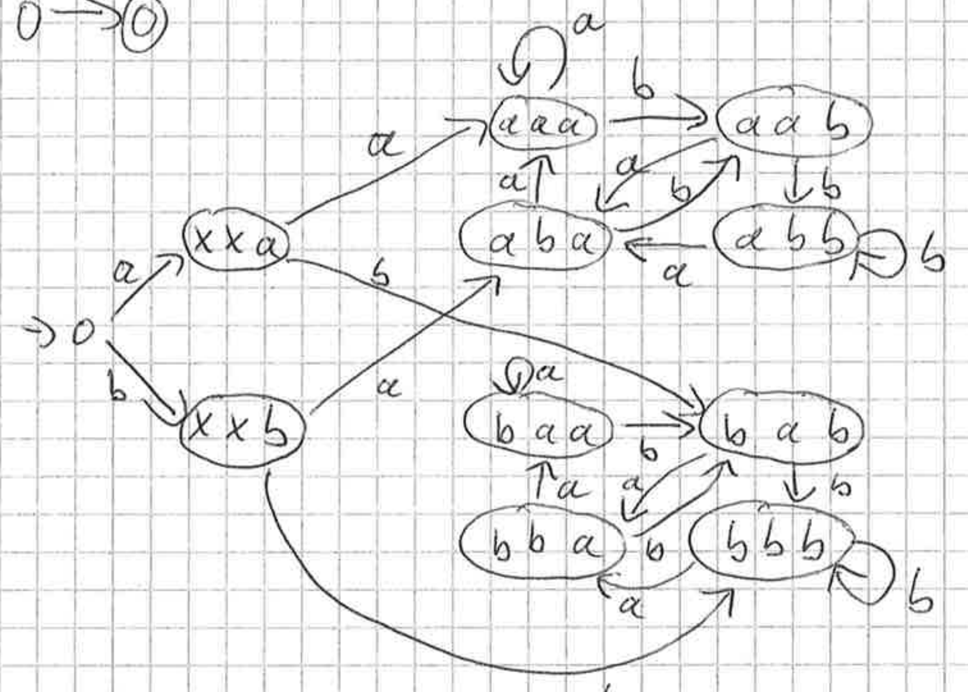
a1) $(q_0, aaabccd, Z_0) \to (q_0, abccd, XZ_0) \to (q_0, bccd, XXZ_0) \to (q_1, ccd, XXXZ_0) \to (q_2, cd, XXZ_0) \to (q_2, d, XZ_0) \to (q_3, \varepsilon, Z_0) \to (q_f, \varepsilon, \varepsilon)$

a2) $(q_0, abc, Z_0) \to (q_0, bc, XZ_0) \to (q_1, c, XXZ_0) \to (q_2, \varepsilon, XZ_0)$

b) $L = \{a^n b^m c^p d^q \mid m, n, p, q \in N$ und $m + n = p + q\}$ (wie in Aufgabe 1.3.3)

1.1.1. a) 

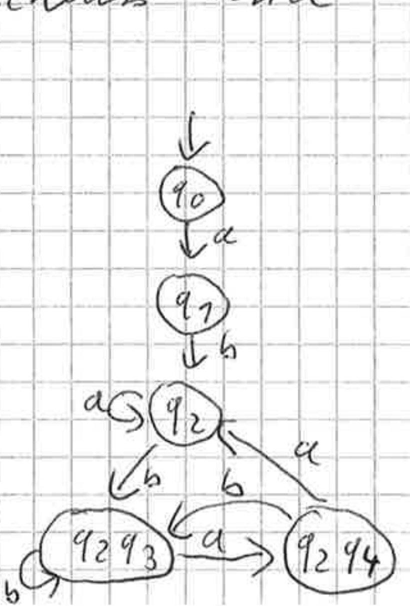
b) 

c) 

1.1.4 c) Da keine ε-Übergänge vorhanden sind, entfallen die Schritte „ε-Abschluss" und „δ^* berechnen".

Δ^*:

Zustand	a	b
→ $\{q_0\}$	$\{q_1\}$	/
$\{q_1\}$	/	$\{q_2\}$
$\{q_2\}$	$\{q_2\}$	$\{q_2, q_3\}$
$\{q_2, q_3\}$	$\{q_2, q_4\}$	$\{q_2, q_3\}$
$\{q_2, q_4\}$	$\{q_2\}$	$\{q_2, q_3\}$



1.3.5 a1)

	1	2	3	4	5
1	A	S	R	S	T
2		A	S	T	S
3			A	S	T
4				B, T	/
5					B, T
	a	a	a	b	b

$w_1 \notin L(G)$

a2)

	1	2	3	4	5	6
1	A	S	R	S	R	S
2		A	S	R	S	T
3			A	S	R	S
4				A	S	T
5					A	S
6						B, T
	a	a	a	a	a	b

$w_2 \in L(G)$