

**Bitte die Blätter nicht trennen!**

Matrikelnummer:		
 <b>ÜBUNGSKLAUSUR</b>	Fakultät	<b>Technik</b>
	Studiengang:	<b>Angewandte Informatik</b>
	Jahrgang / Kurs :	<b>2016 B/K/ITA</b>
	Studienhalbjahr:	<b>3. Semester</b>
Datum: <b>15.11.2017</b>	Bearbeitungszeit:	<b>90 Minuten</b>
Modul: <b>T2INF2002</b>	Dozent:	<b>Stephan Schulz</b>
Unit: <b>Formale Sprachen</b>		<b>Jan Hladik</b>
Hilfsmittel: <b>Vorlesungsskript, eigene Notizen</b>		

Aufgabe	erreichbar	erreicht
1	12	
2	8	
3	11	
4	10	
5	12	
6	10	
7	7	
8	10	
9	10	
<b>Summe</b>	<b>90</b>	

1. Sind Sie gesund und prüfungsfähig?
2. Sind Ihre Taschen und sämtliche Unterlagen, insbesondere alle nicht erlaubten Hilfsmittel, seitlich an der Wand zum Gang hin abgestellt und nicht in Reichweite des Arbeitsplatzes?
3. Haben Sie auch außerhalb des Klausorraumes im Gebäude keine unerlaubten Hilfsmittel oder ähnliche Unterlagen liegen lassen?
4. Haben Sie Ihr Handy ausgeschaltet und abgegeben?

(Falls Ziff. 2 oder 3 nicht erfüllt sind, liegt ein Täuschungsversuch vor, der die Note „nicht ausreichend“ zur Folge hat.)

**Aufgabe 1 (2+2+2+6P)**

Sei  $\Sigma = \{a, b\}$ . Geben Sie (in grafischer Darstellung) vollständige deterministische endliche Automaten (DFAs) an, die die folgenden Sprachen erkennen.

- a)  $L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid |w|_a = 1\}$
- b)  $L_2 = \{a^n b^m \mid n, m \in \mathbb{N}\}$
- c) Verwenden Sie das in der Vorlesung gezeigte Verfahren, um aus dem Automaten  $A_1$  für Aufgabenteil a) einen DEA für die Sprache  $L_3 = \overline{L_1}$  (complement) zu erzeugen.
- d) Verwenden Sie die bisher erzeugten Automaten, um den Produktautomaten (product automaton) für die Sprache  $L_4 = L_2 \cap \overline{L_1} = L_2 \setminus L_1$  zu erzeugen.

**Aufgabe 1 (Fortsetzung)**

**Aufgabe 2 (6+2P)**

Gegeben sei die Sprache  $L_2 = L(((ab)^* + a)^*)$ .

- a) Verwenden Sie *exakt* das in der Vorlesung gezeigte Verfahren, um einen nichtdeterministischen endlichen Automaten zu erzeugen, der  $L_2$  erkennt. Berücksichtigen Sie insbesondere alle  $\varepsilon$ -Übergänge.
- b) Zeigen Sie (mit Hilfe der algebraischen Äquivalenzen aus der Vorlesung) oder widerlegen Sie (durch Angabe eines geeigneten Wortes):  $L_2 = L((aba^*)^*)$ .

**Aufgabe 3 (3+8P)**

Betrachten Sie den deterministischen endlichen Automaten  $A_3$ .

- Geben Sie den Lauf (*run*) des Automaten auf dem Wort  $w = ababab$  an. Gilt  $w \in L(A_3)$ ?
- Minimieren Sie den Automaten mit dem in der Vorlesung vorgestellten Verfahren und zeichnen Sie das Ergebnis. Eine Tabelle finden Sie auf der nächsten Seite.

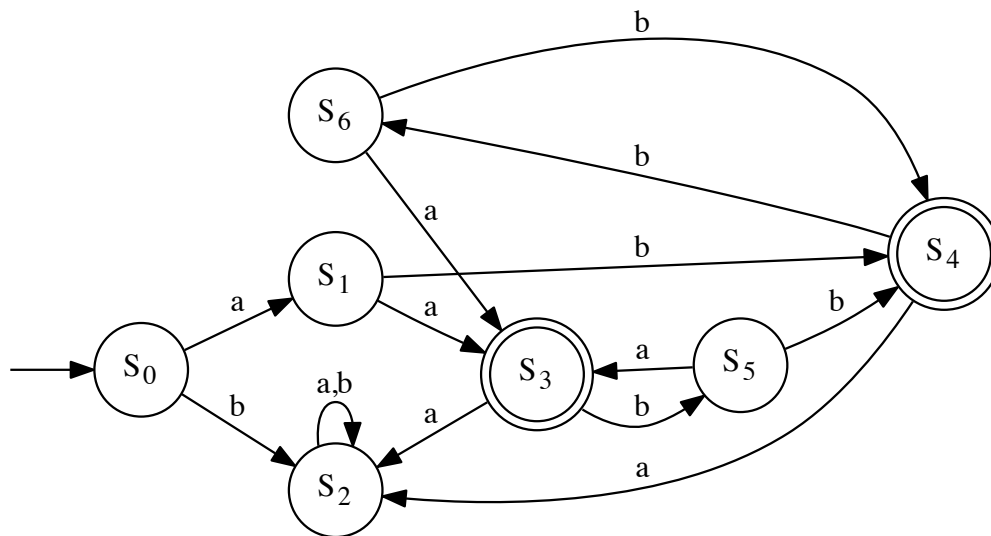


Abbildung 1: Automat  $A_3$

## Aufgabe 3 (Fortsetzung)

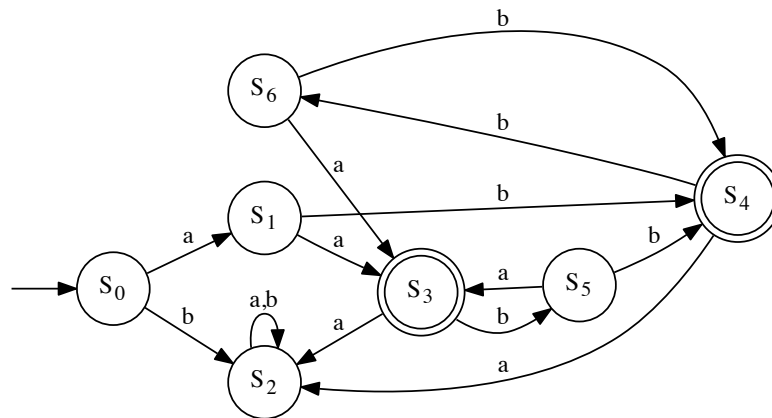


Tabelle für Aufgabe 3b)

	$S_0$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$	$S_6$
$S_0$	o						
$S_1$		o					
$S_2$			o				
$S_3$				o			
$S_4$					o		
$S_5$						o	
$S_6$							o

**Aufgabe 4 (4+2+4P)**

Sei  $\Sigma = \{a, b\}$ . Sei  $L_4 = \{w_1w_2 \mid w_1 = a^{|w_2|} \text{ oder } w_2 = b^{|w_1|}\}$ , d.h. Wörter in  $L_4$  können in zwei gleichlange Teile zerlegt werden, wobei der erste Teil nur aus  $a$  oder der zweite nur aus  $b$  besteht.

- a) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik  $G$  mit  $L(G) = L_4$  an.
- b) Bestimmen Sie, welche der folgenden Wörter in  $L_4$  sind. Geben Sie im positiven Fall eine Ableitung in  $G$  an.
  - b1)  $\varepsilon$
  - b2)  $ababbb$
  - b3)  $abbb$
- c) Zeigen Sie (durch Angabe eines geeigneten endlichen Automaten oder regulären Ausdrucks) oder widerlegen Sie (mittels Pumping-Lemma):  $L_4$  ist regulär.

**Aufgabe 4 (Fortsetzung)**



**Aufgabe 5 (3+3+6P)**

Betrachten Sie den nichtdeterministischen endlichen Automaten  $A_5$  in Abbildung 2.

- Geben Sie drei verschiedene Läufe (*runs*) des Automaten  $A_5$  auf der Eingabe *abbba* an, von denen mindestens einer akzeptierend und einer nicht akzeptierend ist.
- Beschreiben Sie  $L(A_5)$  formal als Menge.
- Konvertieren Sie  $A_5$  mit dem in der Vorlesung angegebenen Verfahren in einen deterministischen endlichen Automaten. Geben Sie das Ergebnis als Tabelle an.

(Der Automat ist auf der nächsten Seite noch einmal abgebildet, falls Sie mehr als eine Seite benötigen.)

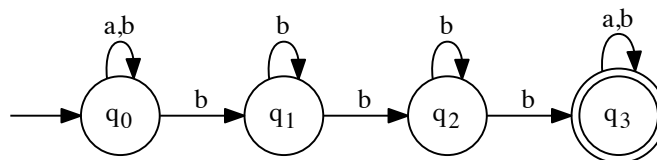
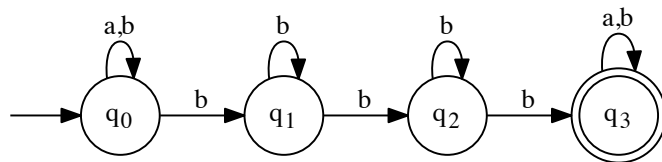
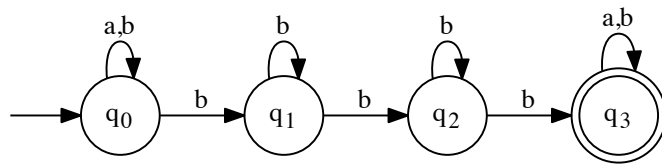


Abbildung 2: Automat  $A_5$

**Aufgabe 5 (Fortsetzung)**

**Aufgabe 5 (Fortsetzung)**

**Aufgabe 6 (4+6P)**

Sei  $\Sigma = \{a, b\}$ . Betrachten Sie den Automaten  $A_6$  in Abbildung 3.

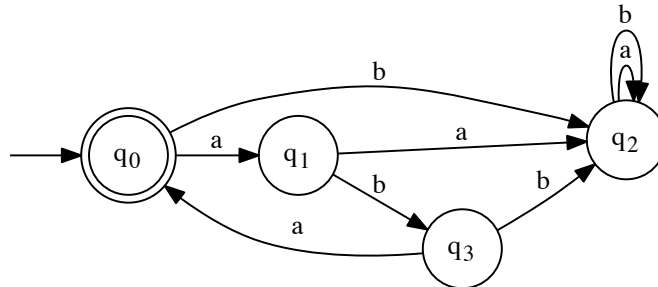


Abbildung 3: Automat  $A_6$

- Stellen Sie ein Gleichungssystem auf, das die an den verschiedenen Zuständen akzeptierten Sprachen beschreibt.
- Lösen Sie dieses Gleichungssystem und geben Sie so einen regulären Ausdruck an, der die von  $A_6$  akzeptierte Sprache beschreibt.

**Aufgabe 6 (Fortsetzung)**

**Aufgabe 7 (5+2P)**

Sei  $L_7 = \{a^n b^m a^m b^n \mid m, n \in \mathbb{N}\}$ .

- a) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik  $G_7$  an, die die Sprache  $L_7$  erzeugt.
- b) Geben Sie Ableitungen in  $G_7$  für die folgenden Wörter an:
  - b1)  $abbaab$
  - b2)  $aabb$

**Aufgabe 8 (6+2+2P)**

Sei  $L_8 = \{a^n b^m a^m b^n \mid n \in \mathbb{N}, m \in \mathbb{N}^+\}$  (also wie in Aufgabe 7, aber mit mindestens einem  $ba$ -Paar in der Mitte).

- a) Geben Sie einen Kellerautomaten (PDA)  $A_8$  mit  $L(A_8) = L_8$  an.
- b) Geben Sie jeweils eine vollständige Konfigurationsfolge von  $A_8$  auf den folgenden Wörtern an, d.h. eine Folge, bei der die letzte Konfiguration keine mögliche Nachfolgekonfiguration hat. Wenn das Wort in  $L_8$  ist, muss die Konfigurationsfolge akzeptierend sein.
  - b1) *abbaab*
  - b2) *aabb*

**Aufgabe 9 (5+5P)**

Betrachten Sie die Grammatik  $G_9 = (\{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S)$  mit

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow AS \mid a \\ A \rightarrow BB \mid a \\ B \rightarrow AS \mid BS \mid b \end{array} \right\}$$

Bestimmen Sie mit Hilfe des CYK-Algorithmus, ob die folgenden Worte in  $L(G_9)$  enthalten sind:

a)  $w_1 = babaa$

b)  $w_2 = aaabb$

**Tabelle für Teil a)**

	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4					
5					
$w_1 =$	<b>b</b>	<b>a</b>	<b>b</b>	<b>a</b>	<b>a</b>

Ist  $w_1 \in L(G_9)$ ? Ja  Nein



**Aufgabe 9 (Fortsetzung)**

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow AS \mid a \\ A \rightarrow BB \mid a \\ B \rightarrow AS \mid BS \mid b \end{array} \right\}$$

**Tabelle für Teil b)**

	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4					
5					
$w_2 =$	a	a	a	b	b

Ist  $w_2 \in L(G_9)$ ? Ja  Nein

**Ende**