

**Bitte die Blätter nicht trennen!**

Matrikelnummer:		
 <b>DHBW</b> Duale Hochschule Baden-Württemberg Stuttgart	Fakultät	<b>Technik</b>
	Studiengang:	<b>Angewandte Informatik</b>
<b>ÜBUNGSKLAUSUR</b>	Jahrgang / Kurs :	<b>2018 ITA</b>
	Studienhalbjahr:	<b>3. Semester</b>
Datum: <b>13.11.2019</b>	Bearbeitungszeit:	<b>90 Minuten</b>
Modul: <b>T2INF2002</b>	Dozent:	<b>Stephan Schulz</b>
Unit: <b>Formale Sprachen</b>		<b>Jan Hladik</b>
<b>Hilfsmittel: Vorlesungsskript, eigene Notizen</b>		

Aufgabe	erreichbar	erreicht
1	12	
2	10	
3	8	
4	10	
5	11	
6	10	
7	10	
8	9	
9	10	
<b>Summe</b>	<b>90</b>	

1. Sind Sie gesund und prüfungsfähig?
2. Sind Ihre Taschen und sämtliche Unterlagen, insbesondere alle nicht erlaubten Hilfsmittel, seitlich an der Wand zum Gang hin abgestellt und nicht in Reichweite des Arbeitsplatzes?
3. Haben Sie auch außerhalb des Klausorraumes im Gebäude keine unerlaubten Hilfsmittel oder ähnliche Unterlagen liegen lassen?
4. Haben Sie Ihr Handy ausgeschaltet und abgegeben?

(Falls Ziff. 2 oder 3 nicht erfüllt sind, liegt ein Täuschungsversuch vor, der die Note „nicht ausreichend“ zur Folge hat.)

**Aufgabe 1 (2+2+2+6P)**

Sei  $\Sigma = \{a, b\}$ . Geben Sie (in grafischer Darstellung) *vollständige* deterministische endliche Automaten (DFAs) an, die die folgenden Sprachen erkennen.

- a)  $L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid |w|_a \bmod 3 = 0\}$
- b)  $L_2 = \{w \in \Sigma^* \mid w = va, v \in \Sigma^*, |v| \geq 1\}$  (d.h.  $w$  hat mindestens zwei Zeichen und endet mit  $a$ )
- c) Verwenden Sie das in der Vorlesung gezeigte Verfahren, um aus dem Automaten  $A_2$  für Aufgabenteil b) einen deterministischen endlichen Automaten (DFA) für die Sprache  $L_3 = \overline{L_2}$  (*complement*) zu erzeugen.
- d) Verwenden Sie die bisher erzeugten Automaten, um den Produktautomaten (*product automaton*) für die Sprache  $L_4 = L_1 \cap \overline{L_2} = L_1 \setminus L_2$  zu erzeugen.

(Platz für Aufgabe 1)

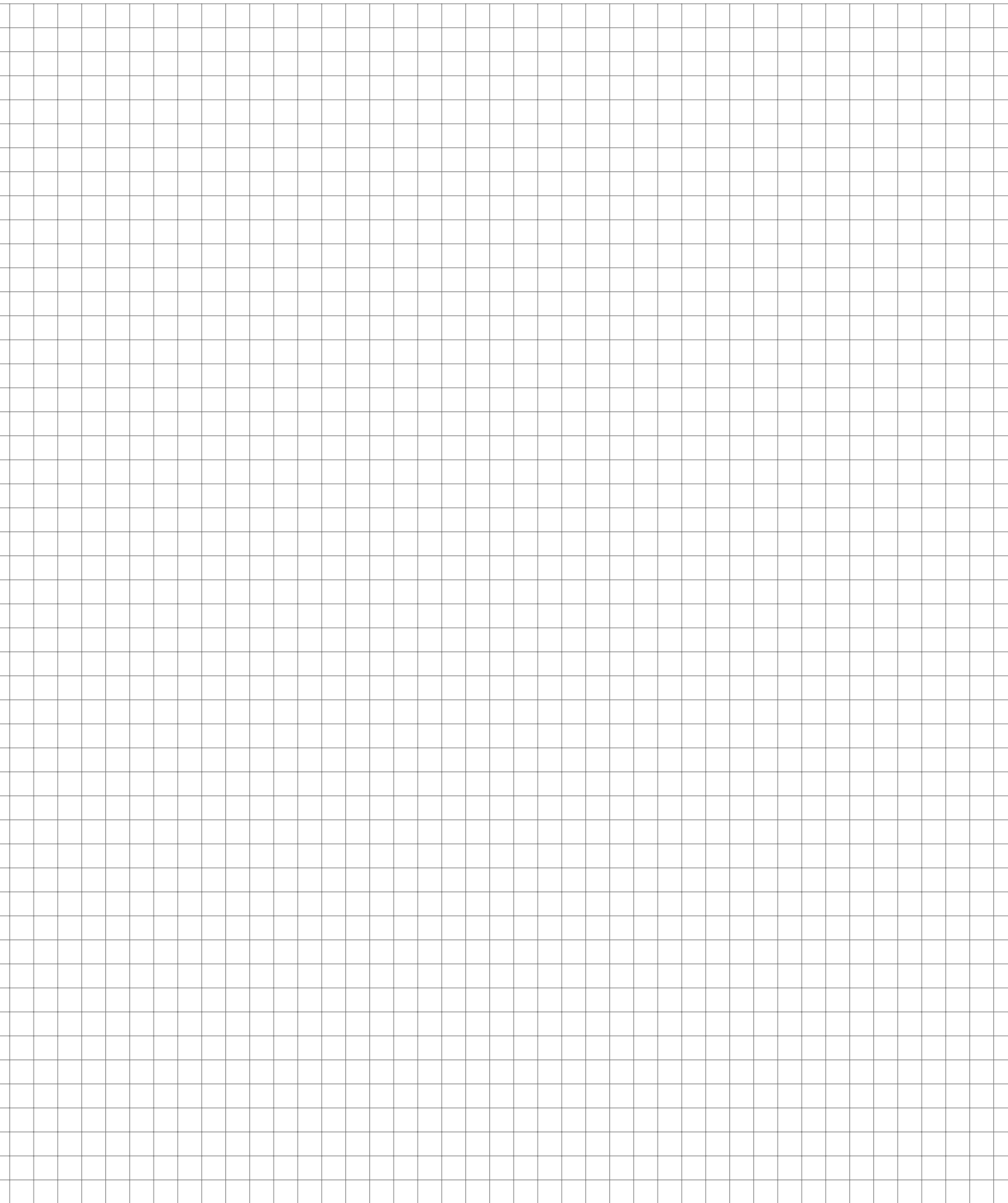


**Aufgabe 2 (6+4P)**

Gegeben seien der reguläre Ausdruck  $r_2 = (a+\varepsilon)(a+b)^*$  und die Sprache  $L_2 = L(r_2)$  über dem Alphabet  $\Sigma = \{a, b\}$ .

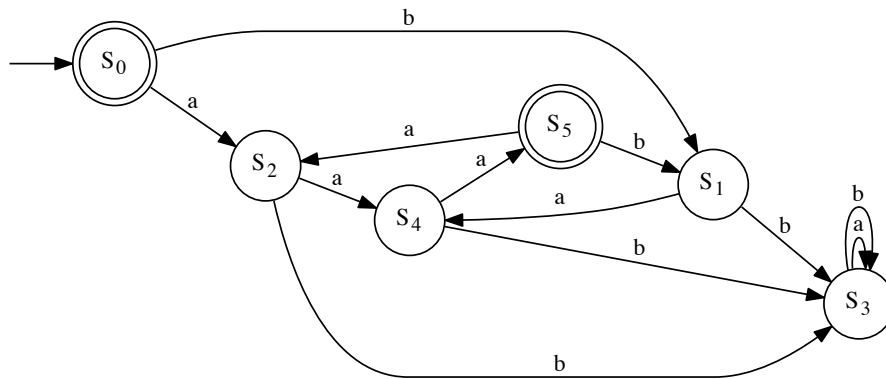
- a) Verwenden Sie *exakt* das in der Vorlesung gezeigte Verfahren, um aus dem regulären Ausdruck  $r_2$  einen nichtdeterministischen endlichen Automaten (NFA), der  $L_2$  erkennt. Berücksichtigen Sie insbesondere alle  $\varepsilon$ -Übergänge. Es reicht die Darstellung des Ergebnisses in graphischer Form.
- b) Zeigen Sie (mit Hilfe der algebraischen Äquivalenzen aus der Vorlesung) oder widerlegen Sie (durch Angabe eines geeigneten Wortes):  $L_2 = L((a(a+b)^* + (b+a)(b+a)^* + \varepsilon))$

(Platz für Aufgabe 2)



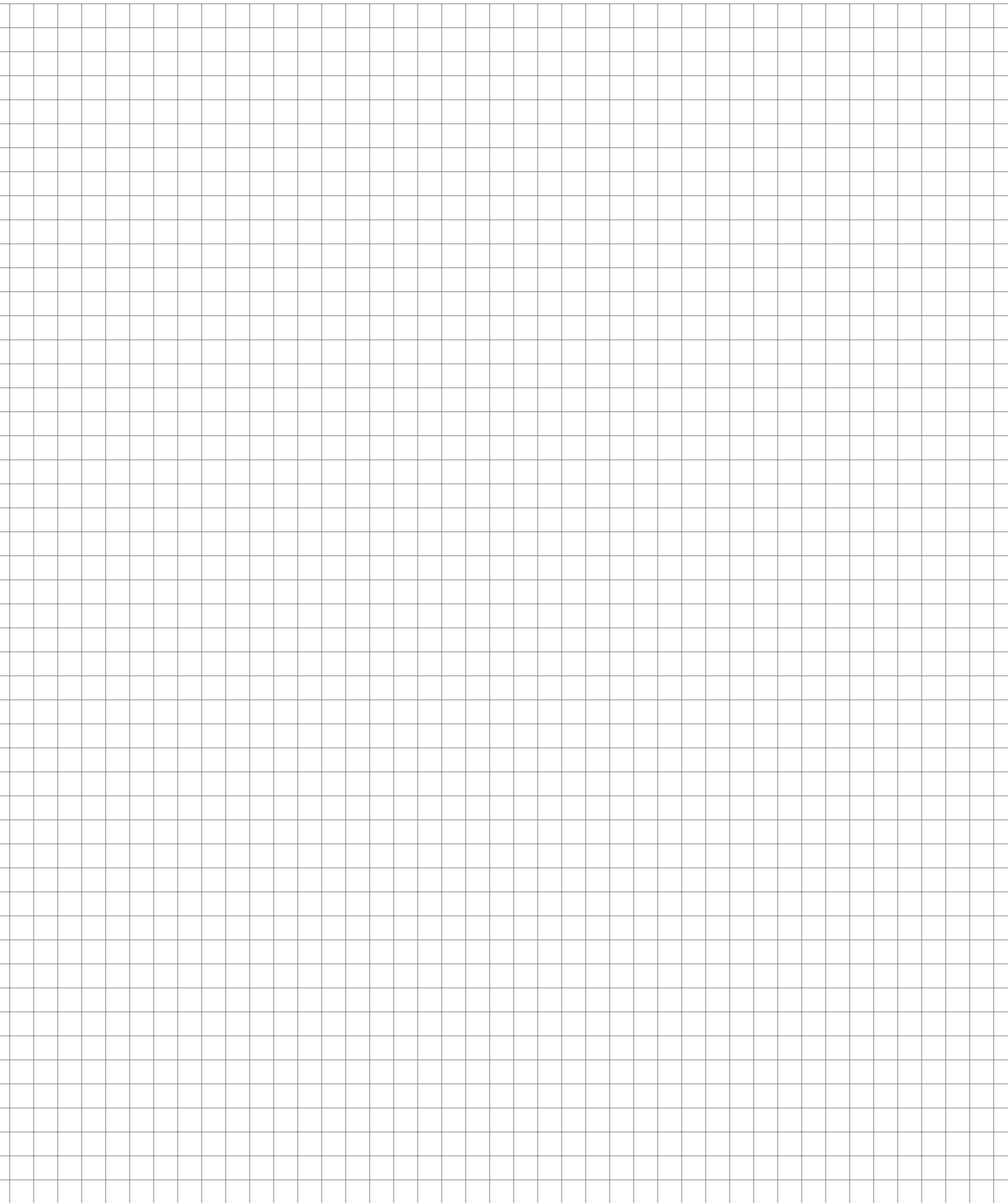
**Aufgabe 3 (8P)**

Betrachten Sie den deterministischen endlichen Automaten  $A_3$ . Minimieren Sie den Automaten mit dem in der Vorlesung vorgestellten Verfahren und zeichnen Sie das Ergebnis. Sie können die unten stehende Tabelle verwenden.

Abbildung 1: Automat  $A_3$ 

	$S_0$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$
$S_0$	o					
$S_1$		o				
$S_2$			o			
$S_3$				o		
$S_4$					o	
$S_5$						o

(Platz für Aufgabe 3)



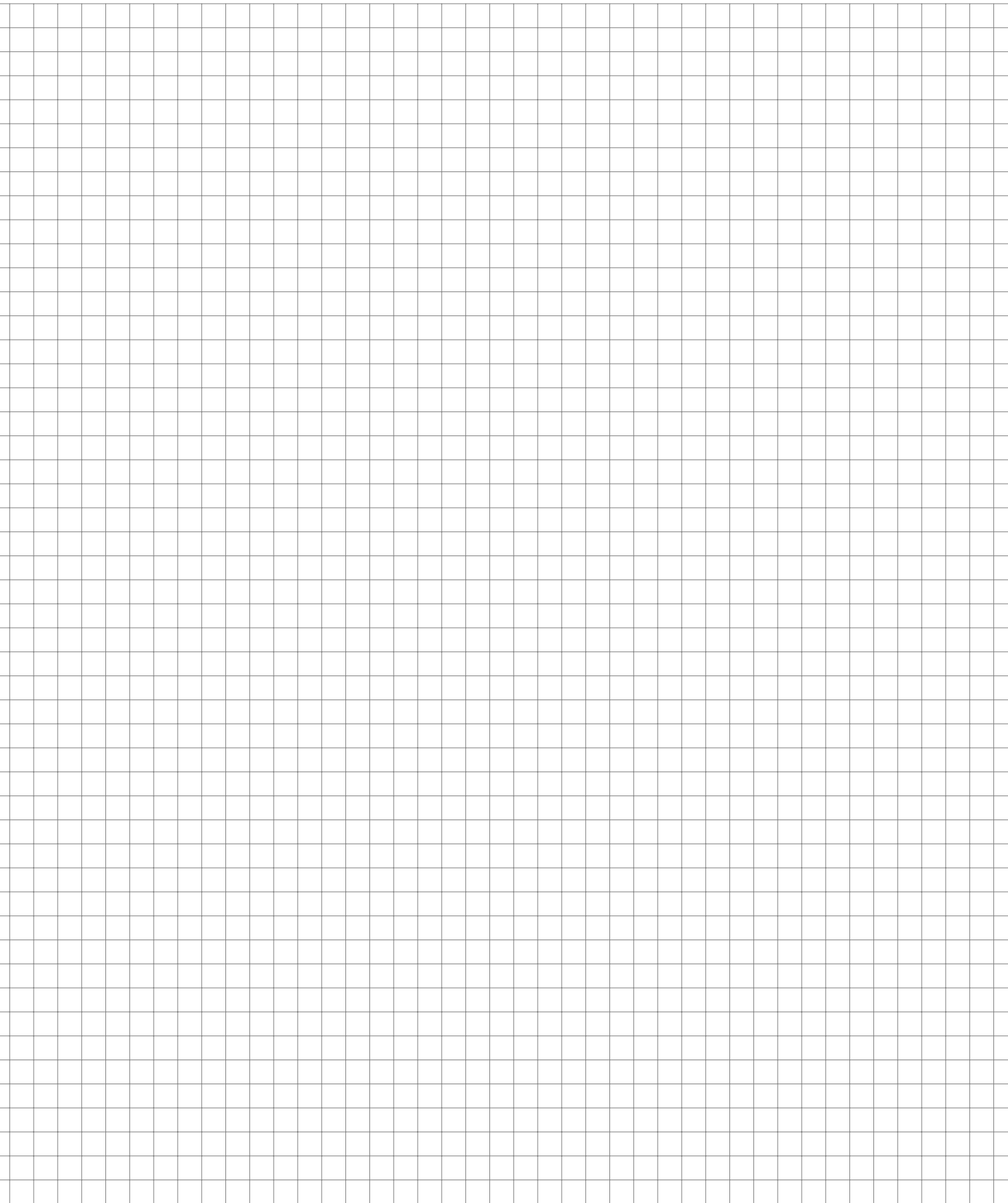
**Aufgabe 4 (4+2+4P)**

Sei  $\Sigma = \{a, b, c\}$ . Sei  $L_4 = \{a^n b^m c^{2n} \mid n, m \in \mathbb{N}\}$ .

- a) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik  $G$  mit  $L(G) = L_4$  an.
- b) Bestimmen Sie, welche der folgenden Wörter in  $L_4$  sind. Geben Sie im positiven Fall eine Ableitung in  $G$  an.
  - b1)  $bb$
  - b2)  $abc$
  - b3)  $aaaccccc$
- c) Zeigen Sie (durch Angabe eines geeigneten endlichen Automaten oder regulären Ausdrucks) oder widerlegen Sie (mittels Pumping-Lemma):  $L_4$  ist regulär.



(Platz für Aufgabe 4)



**Aufgabe 5 (2+3+6P)**

Betrachten Sie den nichtdeterministischen endlichen Automaten  $A_5$  in Abbildung 2.

- Geben Sie zwei Läufe (*runs*) des Automaten  $A_5$  auf der Eingabe *abbba* an, von denen einer akzeptierend und einer nicht akzeptierend ist.
- Beschreiben Sie  $L(A_5)$  formal als Menge.
- Konvertieren Sie  $A_5$  mit dem in der Vorlesung angegebenen Verfahren in einen deterministischen endlichen Automaten. Geben Sie das Ergebnis als Tabelle an und zeichnen Sie die graphische Darstellung.

(Der Automat ist auf der nächsten Seite noch einmal abgebildet, falls Sie mehr als eine Seite benötigen.)

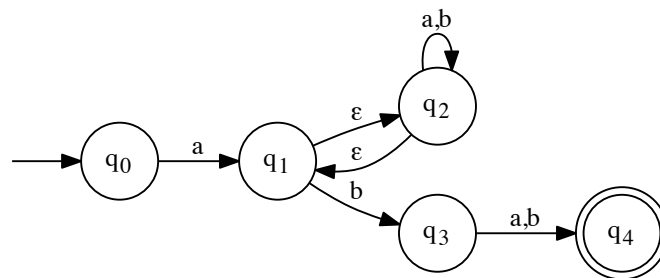
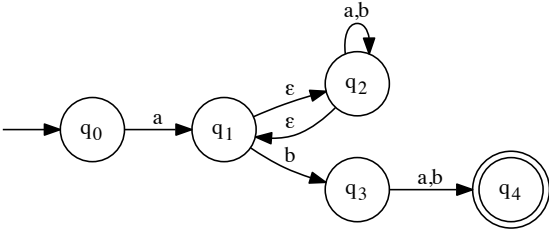
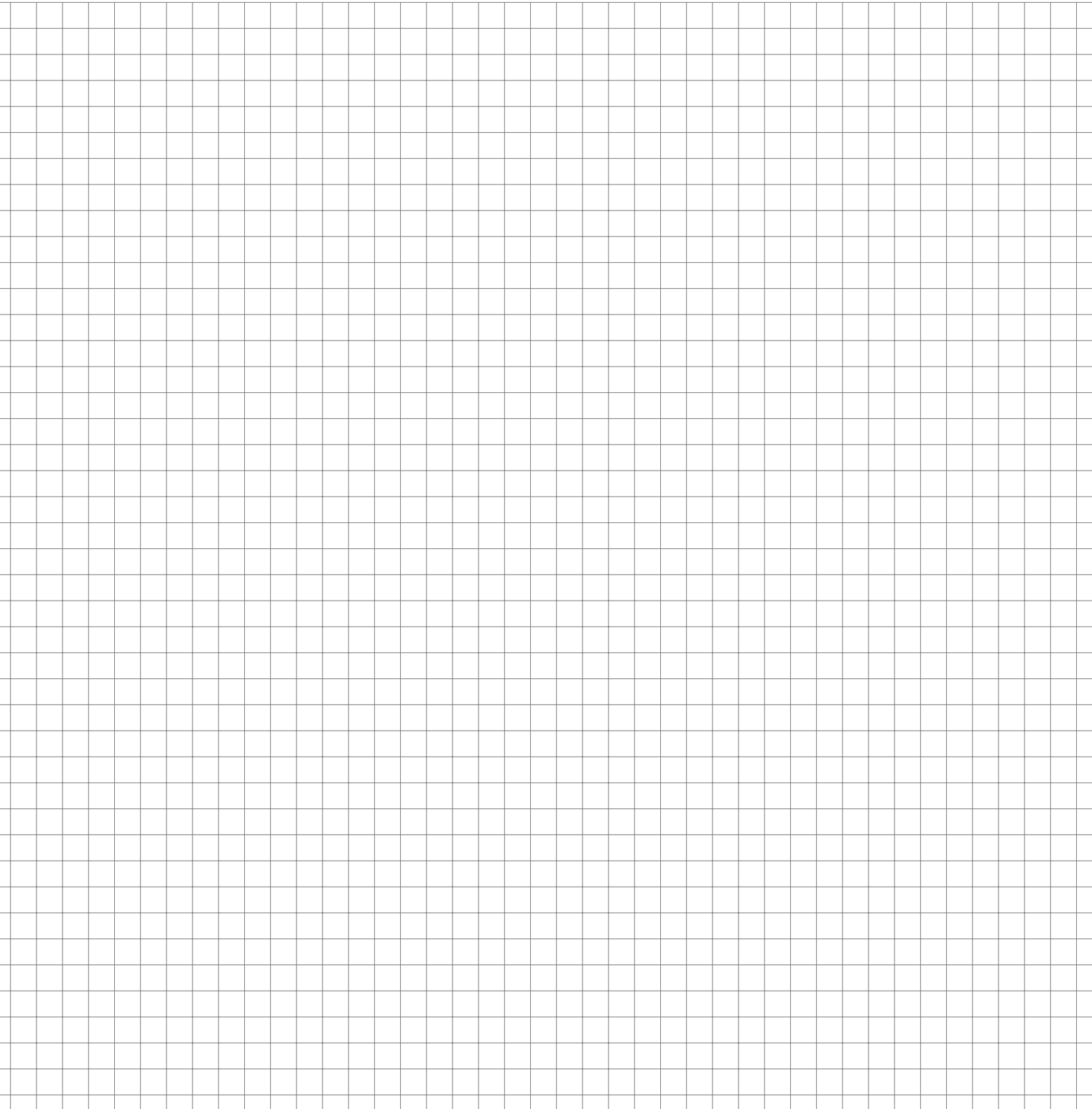
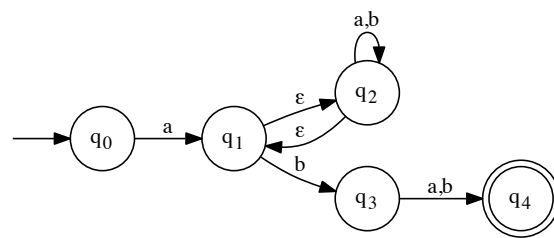


Abbildung 2: Automat  $A_5$



(Platz für Aufgabe 5)





(Platz für Aufgabe 5)

**Aufgabe 6 (4+6P)**

Sei  $\Sigma = \{a, b\}$ . Betrachten Sie den Automaten  $A_6$  in Abbildung 3.

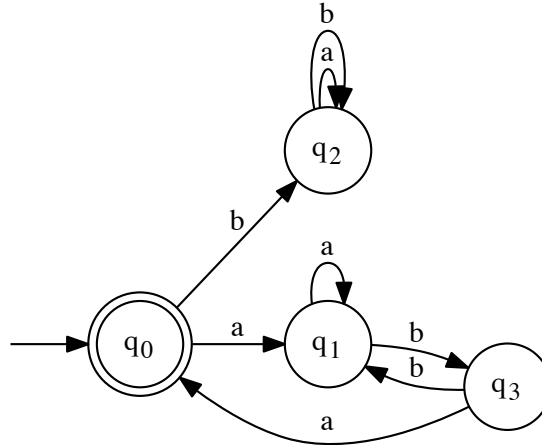
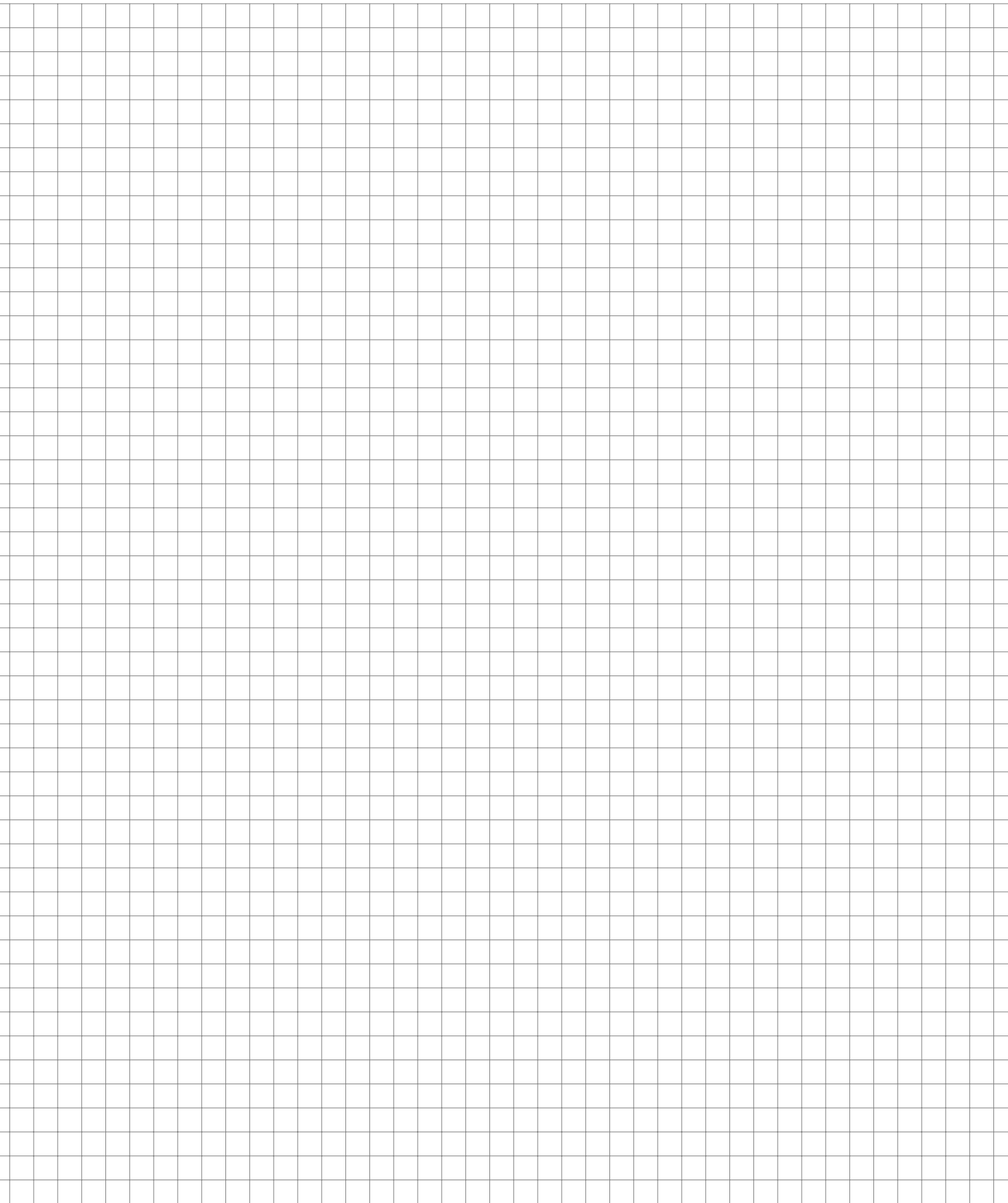


Abbildung 3: Automat  $A_6$

- Stellen Sie ein Gleichungssystem auf, das die an den verschiedenen Zuständen akzeptierten Sprachen beschreibt.
- Lösen Sie dieses Gleichungssystem und geben Sie so einen regulären Ausdruck an, der die von  $A_6$  akzeptierte Sprache beschreibt.

(Platz für Aufgabe 6)

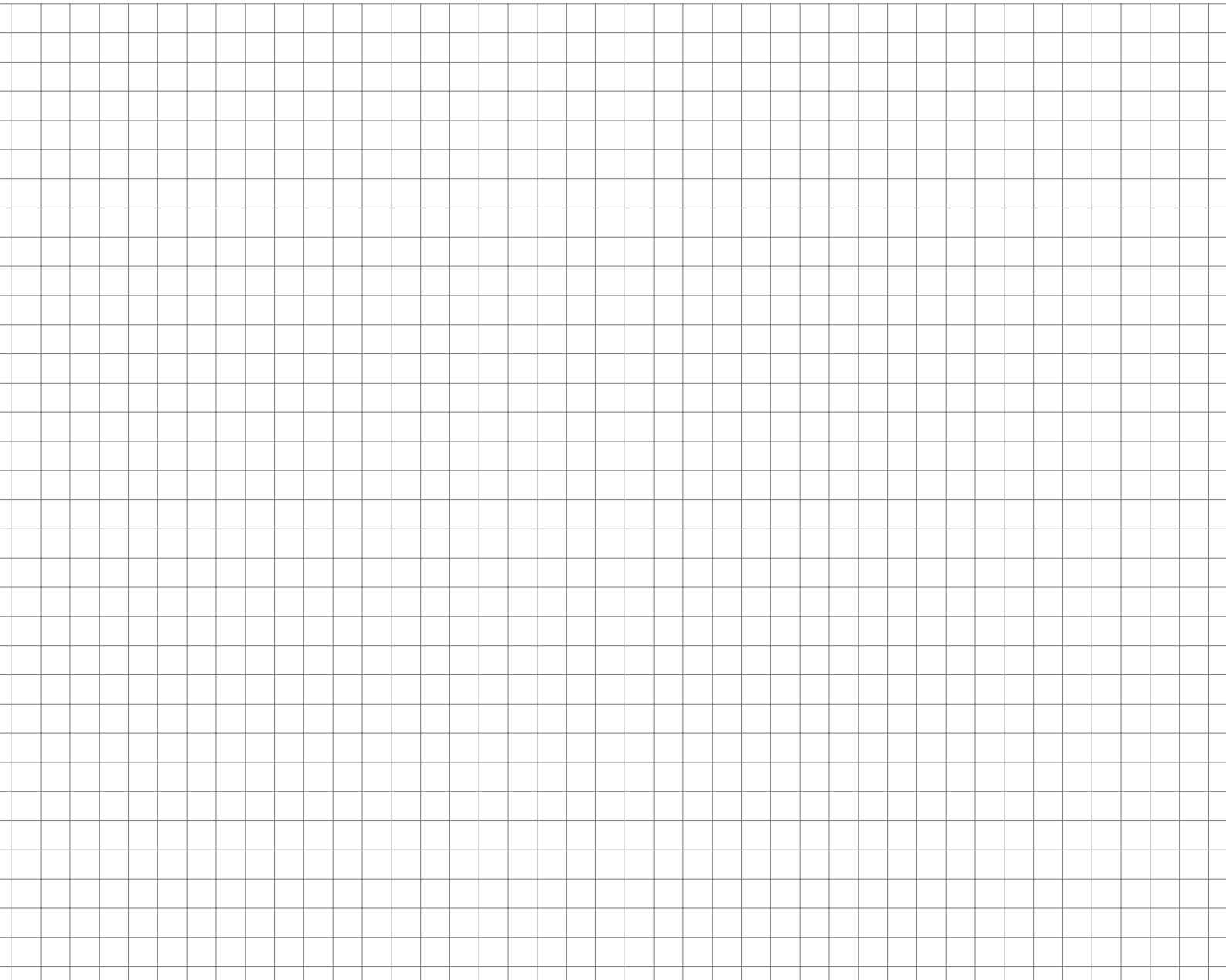


**Aufgabe 7 (10 Punkte)**

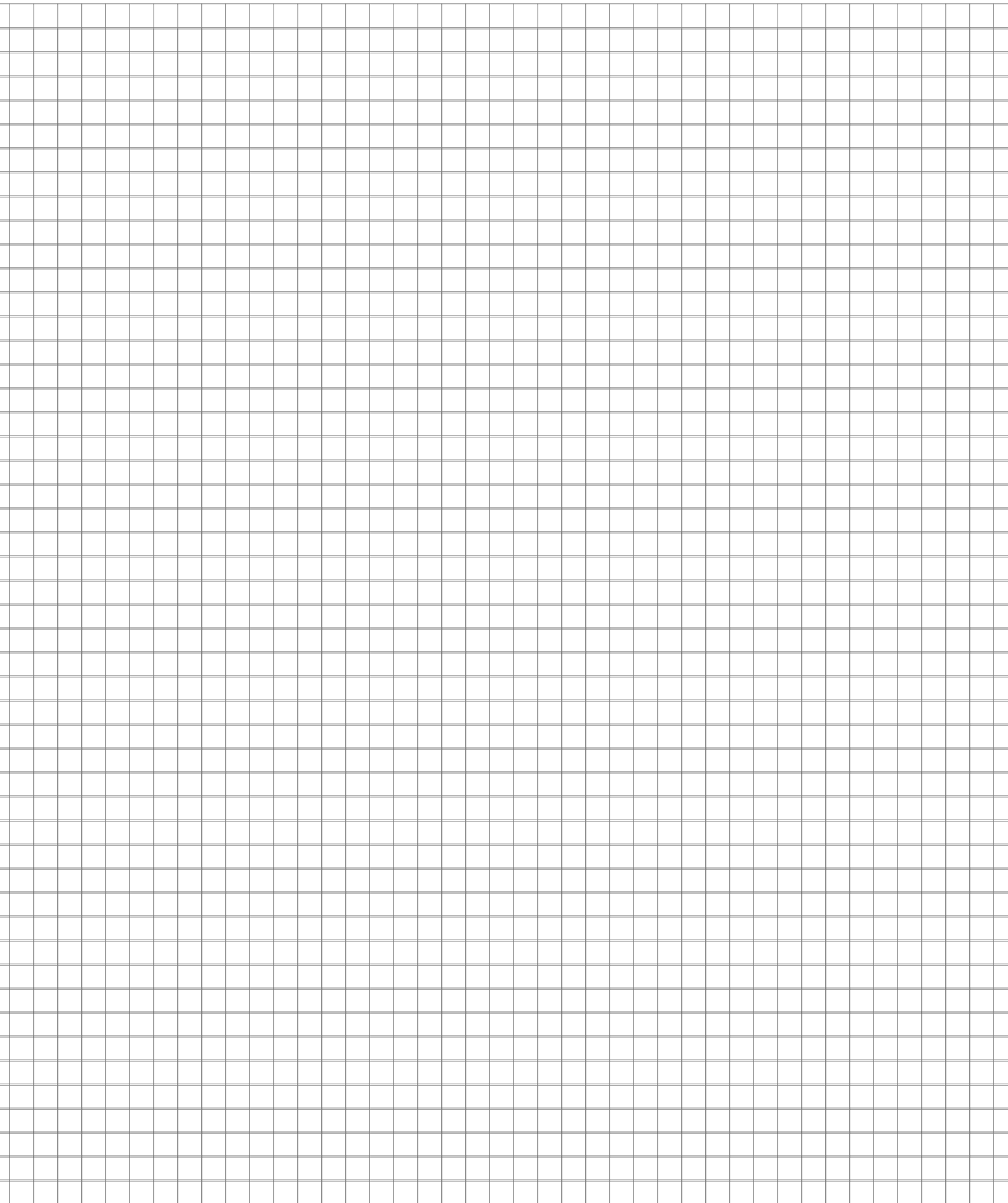
Betrachten Sie die folgende Grammatik  $G_7 = (N, \Sigma, P, R)$  mit  $\Sigma = \{a, b, o, c, d, s, e\}$ ,  $N = \{R, L, X\}$ , Startsymbol  $R$ , und  $P$  mit den folgenden Produktionen:

1.  $R \rightarrow L$
2.  $R \rightarrow RdR$
3.  $R \rightarrow oRc$
4.  $R \rightarrow Rs$
5.  $R \rightarrow XL$
6.  $R \rightarrow e$
7.  $L \rightarrow a$
8.  $L \rightarrow b$

Konvertieren Sie  $G_7$  mit dem Verfahren aus der Vorlesung in Chomsky-Normalform. Geben Sie nach jedem wesentlichen Zwischenschritt den Zustand der Regelmengen (*productions*) an, am Ende die gesamte entstandene Grammatik in CNF.



(Platz für Aufgabe 7)





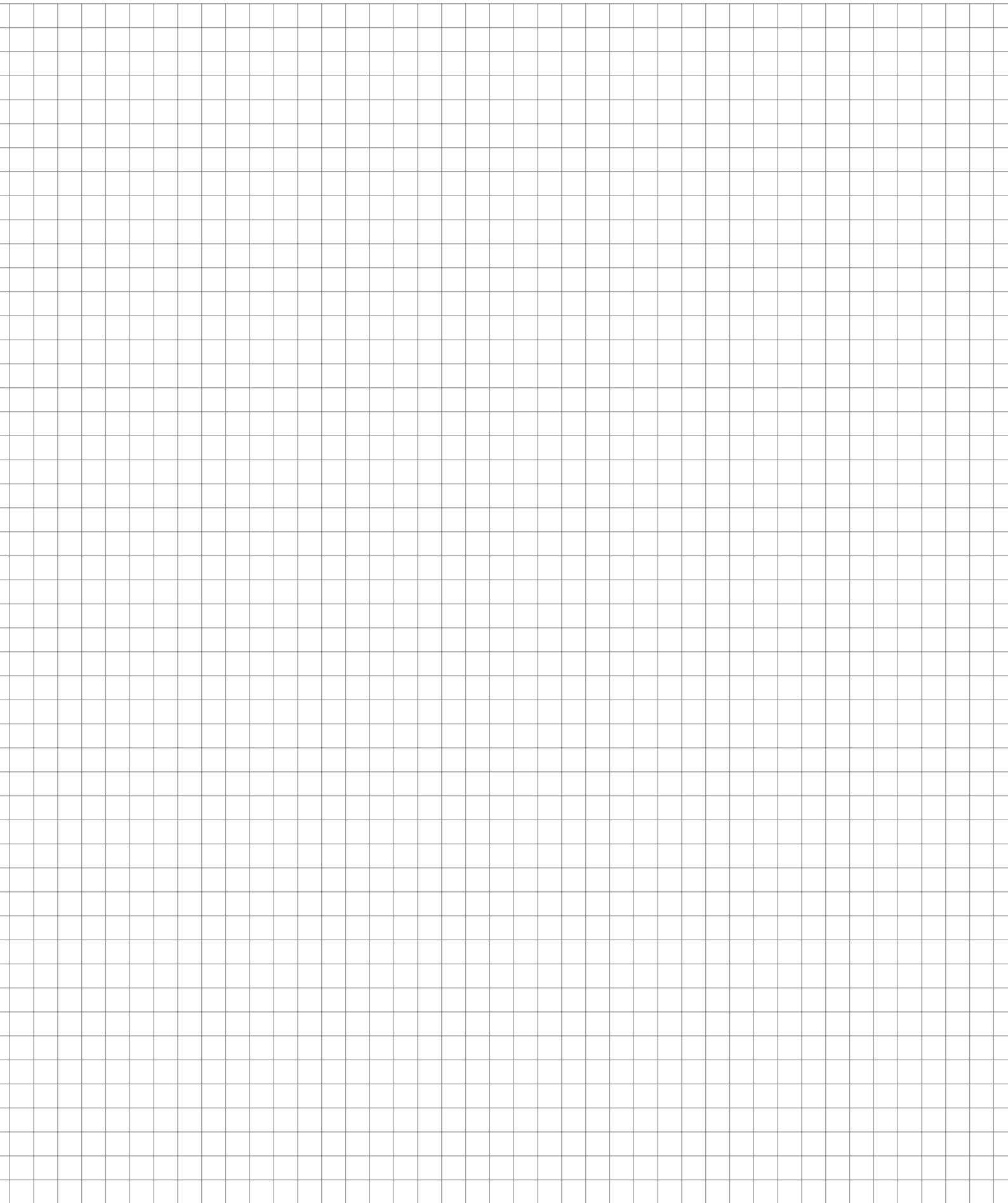
**Aufgabe 8 (1+3+4+1P)**

Gegeben sei der Kellerautomat (PDA)  $A_8 = (\{0, 1, 2\}, \{a, b, c\}, \{Z, A, B\}, \Delta, 0, Z)$  mit der Übergangsrelation  $\Delta$  in der folgenden Tabelle:

Q (Ausgangszustand)	$\Sigma$ (Alphabetsymbol)	$\Gamma$ (gelesenes Stacksymbol)	$\Gamma^*$ (geschriebene Stacksymbole)	Q (Zielzustand)
0	$\varepsilon$	Z	$\varepsilon$	0
0	a	Z	AZ	0
0	a	A	AA	0
0	b	Z	BZ	1
0	b	A	$\varepsilon$	1
1	b	A	$\varepsilon$	1
1	b	Z	BZ	1
1	b	B	BB	1
1	$\varepsilon$	Z	$\varepsilon$	1
1	c	B	$\varepsilon$	2
2	c	B	$\varepsilon$	2
2	$\varepsilon$	Z	$\varepsilon$	2

- a) Ist  $A_8$  deterministisch? Begründen Sie Ihre Antwort.
- b) Geben Sie jeweils eine vollständige Konfigurationsfolge von  $A_8$  auf den folgenden Wörtern an, d.h. eine Folge, bei der die letzte Konfiguration keine mögliche Nachfolgekonfiguration hat. Wenn das Wort in  $L(A_8)$  ist, muss die Konfigurationsfolge akzeptierend sein.
- b1) *abbcc*
- b2) *aabbcc*
- b3) *bbcc*
- c) Beschreiben Sie die von  $A_8$  akzeptierte Sprache formal als Menge.
- d) Geben Sie, falls möglich, einen regulären Ausdruck für  $L(A_8)$  an. Anderenfalls begründen Sie, warum dies nicht möglich ist (ohne Beweis).

(Platz für Aufgabe 8)



**Aufgabe 9 (5+5P)**

Betrachten Sie die Grammatik  $G_9 = (\{C, D, K, F, S, X, Y\}, \{a, b, c, d, e, k, f\}, P, S)$  mit

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow SX \\ X \rightarrow DS \\ S \rightarrow FY \\ Y \rightarrow SC \\ S \rightarrow SK \\ S \rightarrow a \\ S \rightarrow b \\ D \rightarrow d \\ F \rightarrow f \\ C \rightarrow c \\ K \rightarrow k \end{array} \right\}$$

Bestimmen Sie mit Hilfe des CYK-Algorithmus, ob die folgenden Wörter in  $L(G_9)$  enthalten sind:

a)  $w_1 = fadbck$

b)  $w_2 = addbkf$

**Tabelle für Teil a)**

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						
$w_1 =$	f	a	d	b	c	k

Ist  $w_1 \in L(G_9)$ ? Ja  Nein

(Platz für Aufgabe 9)

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow SX \\ X \rightarrow DS \\ S \rightarrow FY \\ Y \rightarrow SC \\ S \rightarrow SK \\ S \rightarrow a \\ S \rightarrow b \\ D \rightarrow d \\ F \rightarrow f \\ C \rightarrow c \\ K \rightarrow k \end{array} \right\}$$

Tabelle für Teil b)

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						
$w_1 =$	a	d	d	b	k	f

Ist  $w_2 \in L(G_9)$ ? Ja  Nein **Ende**