


Bitte die Blätter nicht trennen!

Matrikelnummer:	
 ÜBUNGSKLAUSUR	Fakultät: Technik
	Studiengang: Angewandte Informatik
	Jahrgang / Kurs : TINF22ITA
	Studienhalbjahr: 3. Semester
Datum: 9. November 2023	Bearbeitungszeit: 90 Minuten
Modul: T3INF2002	Dozent: Stephan Schulz
Unit: Formale Sprachen und Automaten	
Hilfsmittel: Open-Book-Klausur, beliebige Papier-Dokumente, Skript auf Tablet	

Aufgabe	Thema	erreichbar	erreicht
1	RE und NFA	10	
2	Chomsky-Hierarchie	11	
3	Produktautomat	9	
4	KFG und PL-1	10	
5	NFA und DFA	10	
6	REs aus DFA	11	
7	Chomsky-NF	9	
8	Stackautomat	10	
9	CYK	9	
Summe		89	

1. Sind Sie gesund und prüfungsfähig?
2. Sind Ihre Taschen und sämtliche Unterlagen, insbesondere alle nicht erlaubten Hilfsmittel, seitlich an der Wand zum Gang hin abgestellt und nicht in Reichweite des Arbeitsplatzes?
3. Haben Sie auch außerhalb des Klausorraumes im Gebäude keine unerlaubten Hilfsmittel oder ähnliche Unterlagen liegen lassen?
4. Haben Sie Ihr Handy ausgeschaltet und abgegeben?

(Falls Ziff. 2 oder 3 nicht erfüllt sind, liegt ein Täuschungsversuch vor, der die Note „nicht ausreichend“ zur Folge hat.)

Aufgabe 1 (7+3P)

Gegeben seien der reguläre Ausdruck $r = (\varepsilon + b)(ba)^*$ und die Sprache $L = L(r)$ über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$.

- a) Verwenden Sie *exakt* das in der Vorlesung gezeigte Verfahren, um aus dem regulären Ausdruck r einen nichtdeterministischen endlichen Automaten (NFA), der L erkennt, zu konstruieren. Berücksichtigen Sie insbesondere alle ε -Übergänge. Es reicht die Darstellung des Ergebnisses in graphischer Form.
- b) Zeigen Sie (mit Hilfe der algebraischen Äquivalenzen aus der Vorlesung) oder widerlegen Sie (durch Angabe eines geeigneten Wortes): $L((\varepsilon + b)a(ba + a)^*) = L((ba + a)^*(\varepsilon + b)a)$

(Platz für Aufgabe 1)

$$r = (\varepsilon + b)(ba)^*$$



Aufgabe 2 ((1+2+2+1)+(1+1+2+1)P)

Gegeben seien die Grammatiken G_1 und G_2 :

$$\begin{aligned} G_1 &= (\{S, A\}, \{a, b, c\}, P_1, S) \\ P_1 &= \{S \rightarrow bSc|bS|Sc|ASA|A, \\ &\quad A \rightarrow a|\varepsilon\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} G_2 &= (\{T, B\}, \{a, b\}, P_2, T) \\ P_2 &= \{T \rightarrow aBBa, \\ &\quad BB \rightarrow BBBB|\varepsilon, \\ &\quad B \rightarrow b\} \end{aligned}$$

- a) Beantworten Sie die folgenden Fragen für G_1 .
- Welcher ist der maximale Typ der *Grammatik* (in der Chomsky-Hierarchie)?
Begründen Sie Ihre Antwort.
 - Geben Sie die von der Grammatik erzeugte Sprache formal als Menge an.
 - Welcher ist der maximale Typ dieser *Sprache* (in der Chomsky-Hierarchie)?
Falls dieser sich vom Typ der Grammatik unterscheidet, geben Sie eine äquivalente Grammatik mit dem maximal möglichen Typ an.
 - Ist die Sprache vom Typ 3? Geben Sie im positiven Fall einen regulären Ausdruck für die Sprache an.
- b) Beantworten Sie die folgenden Fragen für G_2 .
- Welcher ist der maximale Typ der *Grammatik* (in der Chomsky-Hierarchie)?
Begründen Sie Ihre Antwort.
 - Geben Sie die von der Grammatik erzeugte Sprache formal als Menge an.
 - Welcher ist der maximale Typ dieser *Sprache* (in der Chomsky-Hierarchie)?
Falls dieser sich vom Typ der Grammatik unterscheidet, geben Sie eine äquivalente Grammatik mit dem maximal möglichen Typ an.
 - Ist die Sprache vom Typ 3? Geben Sie im positiven Fall einen regulären Ausdruck für die Sprache an.

(Platz für Aufgabe 2)



Aufgabe 3 (2+6+1P)

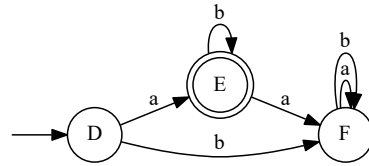
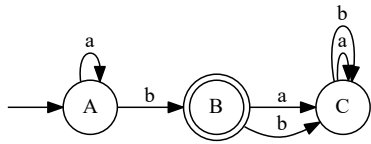
Betrachten Sie die deterministischen endlichen Automaten (DFAs) A_1 und A_2 .

- Geben Sie beide Automaten in Tabellenschreibweise an.
- Erzeugen Sie einen Produktautomaten A_p mit dem in der Vorlesung vorgestellten Verfahren und stellen Sie das Ergebnis in graphischer Form dar.
- Geben Sie einen regulären Ausdruck an, der die von A_p akzeptierte Sprache beschreibt.



Abbildung 1: Automat A_1 und A_2

(Platz für Aufgabe 3)

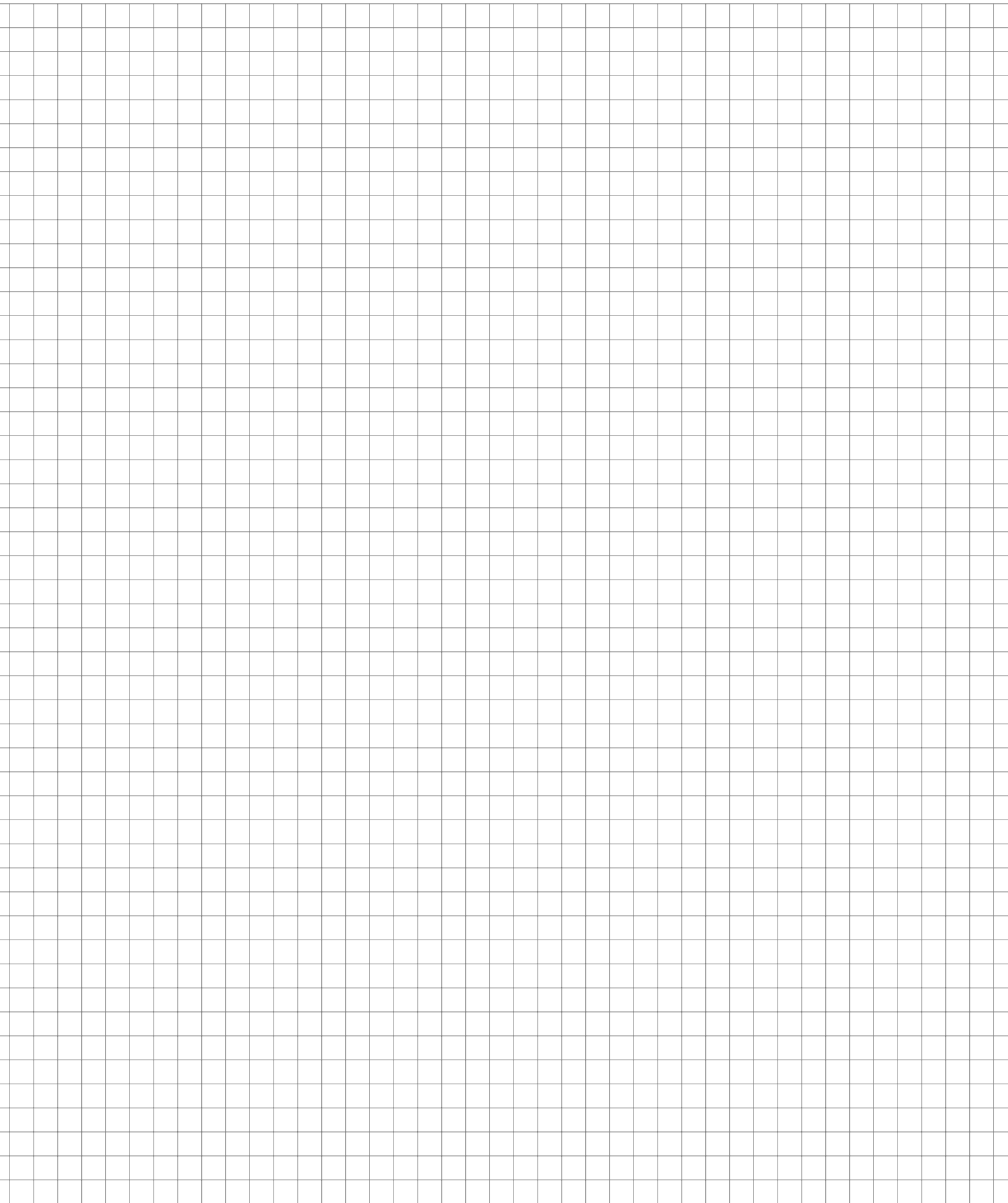


Aufgabe 4 (3+3+4P)

Sei $\Sigma = \{a, b, c\}$. Sei $L_4 = \{a^n w \mid n \in \mathbb{N}, w \in \Sigma^*, |w| = n\}$.

- a) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G mit $\mathcal{L}(G) = L_4$ an. Verwenden Sie hierzu möglichst wenige Nichtterminalsymbole.
- b) Bestimmen Sie, welche der folgenden Wörter in L_4 sind. Geben Sie im positiven Fall eine Ableitung in G an.
 - b1) $aacb$
 - b2) $aacca$
 - b3) $abab$
 - b4) $aaaaaaaa$
- c) Zeigen Sie (durch Angabe eines geeigneten endlichen Automaten oder regulären Ausdrucks) oder widerlegen Sie (mittels Pumping-Lemma): L_4 ist regulär.

(Platz für Aufgabe 4)



Aufgabe 5 (2+2+6P)

Betrachten Sie den nichtdeterministischen endlichen Automaten (NFA) A_5 über $\Sigma = \{a, b\}$ in Abbildung 2.

- Geben Sie zwei Läufe (*runs*) des Automaten A_5 auf der Eingabe $aabbaa$ an, von denen einer akzeptierend und einer nicht akzeptierend ist.
- Geben Sie einen regulären Ausdruck für $L(A_5)$ an.
- Konvertieren Sie A_5 mit dem in der Vorlesung angegebenen Verfahren in einen deterministischen endlichen Automaten (DFA). Geben Sie das Ergebnis als **Tabelle** an.

(Der Automat ist auf der nächsten Seite noch einmal abgebildet, falls Sie mehr als eine Seite benötigen.)

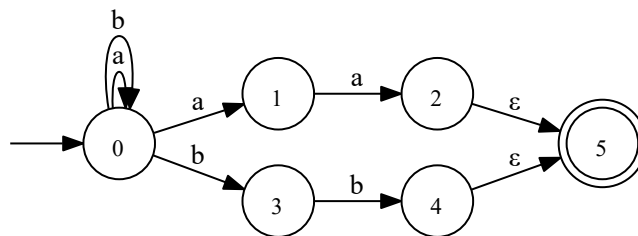
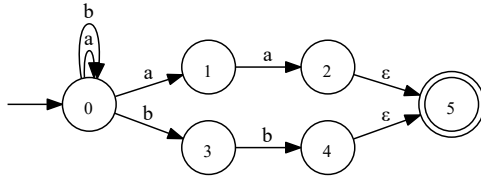


Abbildung 2: Automat A_5

(Platz für Aufgabe 5)



Aufgabe 6 (2+4+5P)

Sei $\Sigma = \{a, b\}$. Betrachten Sie den endlichen Automaten (DFA) A_6 in Abbildung 3.

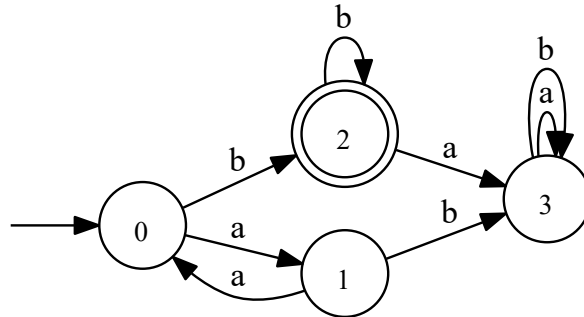


Abbildung 3: Automat A_6

a) Geben Sie je einen Lauf (*run*) von A_6 auf den folgenden Worten an:

a1) $w_1 = aaaabb$

a2) $w_2 = aaabbb$

Gilt jeweils $w_1 \in L(A_6)$ und $w_2 \in L(A_6)$?

b) Stellen Sie ein Gleichungssystem auf, das die an den verschiedenen Zuständen akzeptierten Sprachen beschreibt.

c) Lösen Sie dieses Gleichungssystem und geben Sie so einen regulären Ausdruck an, der die von A_6 akzeptierte Sprache beschreibt.

(Platz für Aufgabe 6)

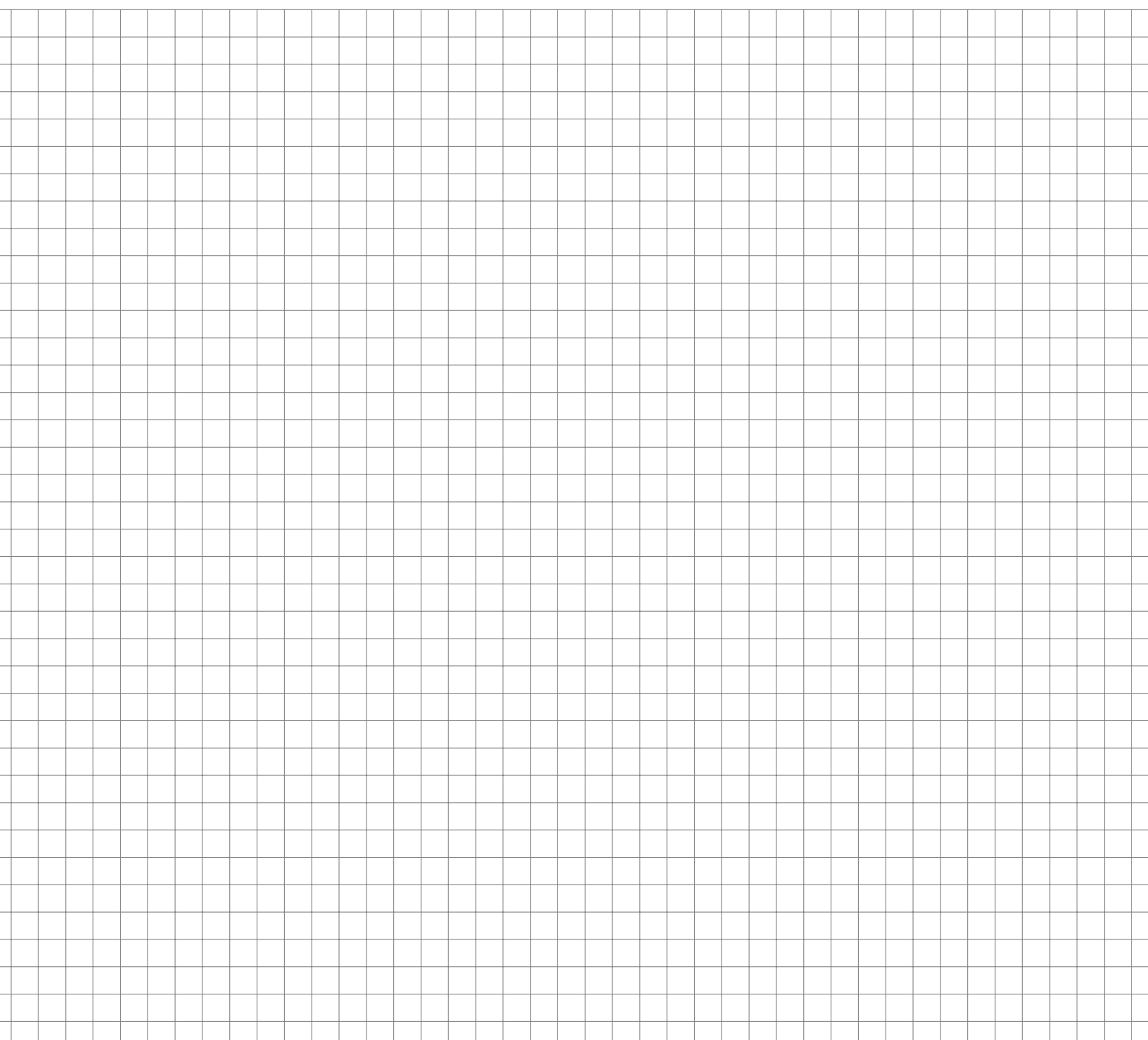


Aufgabe 7 (9 Punkte)

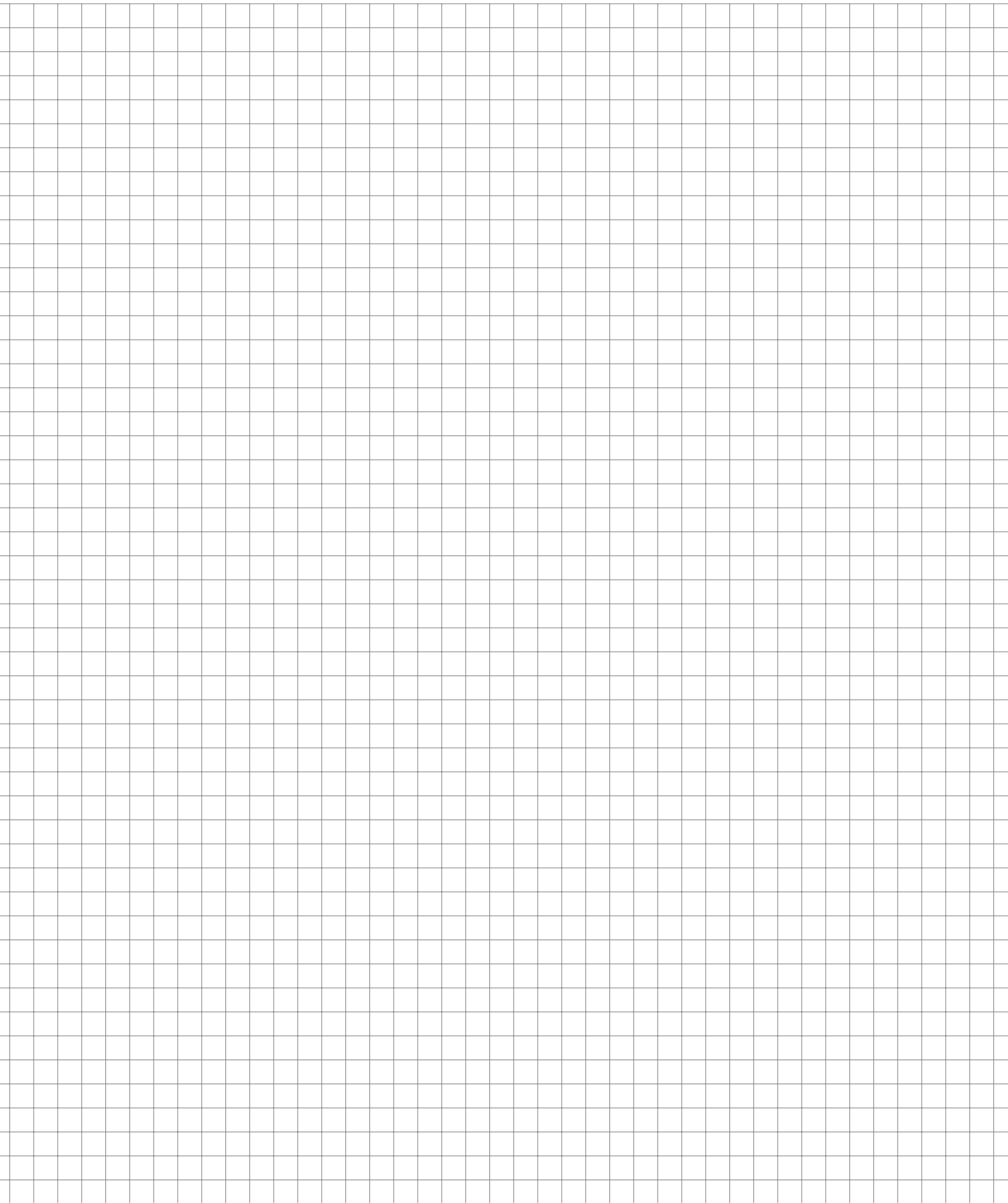
Betrachten Sie die folgende Grammatik $G_7 = (N, \Sigma, P, S)$ mit $\Sigma = \{a, b\}$, $N = \{S, R, T\}$, Startsymbol S , und P mit den folgenden Produktionen:

1. $S \rightarrow bSb$
2. $S \rightarrow T$
3. $T \rightarrow aTa$
4. $T \rightarrow bR$
5. $R \rightarrow \varepsilon$

Konvertieren Sie G_7 mit dem Verfahren aus der Vorlesung in Chomsky-Normalform. Geben Sie nach jedem wesentlichen Zwischenschritt den Zustand der Regelmengen (*productions*) an, am Ende die gesamte entstandene Grammatik in CNF.



(Platz für Aufgabe 7)



Aufgabe 8 (2+2+6P)

Betrachten sie das Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$, die Sprache $L_8 = \{a^n b a^n \mid n \in \mathbb{N}\}$ und den Stackautomat (PDA) A_8 .

$A_8 = (Q, \Sigma, \Gamma, \Delta, 0, Z)$ mit $Q = \{0, 1\}$, $\Sigma = \{a, b\}$, $\Gamma = \{A, Z\}$ und Δ gemäß folgender Tabelle:

Q (Ausgangs- zustand)	Σ (Alphabet- symbol)	Γ (gelesenes Stacksymbol)	Γ^* (geschriebene Stacksymbole)	Q (Ziel- zustand)
0	a	Z	AZ	0
0	a	A	AA	0
0	ε	Z	ε	0
0	b	A	A	1
1	a	A	ε	1
1	ε	Z	ε	1

- Geben Sie jeweils ein Wort mit Länge 7 und 8 aus L_8 an oder begründen Sie, warum es kein solches Wort gibt.
- Geben Sie einen akzeptierenden Lauf als Konfigurationsfolge für den Automaten A_8 auf dem Wort *aabaa* an.
- Akzeptiert der Automat A_8 genau die Sprache L_8 ?

Falls ja, begründen Sie dieses und zeigen Sie je einen akzeptierenden Lauf für 3 Wörter aus L_8 (außer *aabaa*).

Falls nein, finden Sie mindestens ein Gegenbeispiel als Lauf und geben Sie an, welche Transitionen man ergänzen oder entfernen muss, damit A_8 genau die Sprache L_8 akzeptiert.

(Platz für Aufgabe 8)



Aufgabe 9 (5+4P)

Betrachten Sie die Grammatik $G_9 = (\{S, A, B, C, M, N, O\}, \{m, n, o\}, P, S)$ mit

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow AB \\ A \rightarrow OM \\ B \rightarrow NA \\ B \rightarrow NC \\ C \rightarrow AB \\ M \rightarrow m \\ N \rightarrow n \\ O \rightarrow o \end{array} \right\}$$

Bestimmen Sie mit Hilfe des CYK-Algorithmus, ob die folgenden Wörter in $L(G_9)$ enthalten sind:

- a) $w_1 = nomnom$
 b) $w_2 = omnomo$

Tabelle für Teil a)

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						
$w_1 =$	n	o	m	n	o	m

Ist $w_1 \in L(G_9)$? Ja Nein

(Platz für Aufgabe 9)

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow AB \\ A \rightarrow OM \\ B \rightarrow NA \\ B \rightarrow NC \\ C \rightarrow AB \\ M \rightarrow m \\ N \rightarrow n \\ O \rightarrow o \end{array} \right\}$$

Tabelle für Teil b)

	1	2	3	4	5
1					
2					
3					
4					
5					
$w_2 =$	o	m	n	o	m

Ist $w_2 \in L(G_9)$? Ja Nein

(Platz für Aufgabe 9)

Ende