

Bitte die Blätter nicht trennen!

Matrikelnummer:		
 <p>ÜBUNGSKLAUSUR</p>	Fakultät: Technik Studiengang: Informatik Jahrgang / Kurs : TINF23ITA Studienhalbjahr: 3. Semester	
	Datum: November 2024 Modul: T2INF2002 Unit: Formale Sprachen	Bearbeitungszeit: 90 Minuten Dozent: Schulz
	Hilfsmittel: Zwei beliebige Papierwerke, Skript auch auf Tablet im Flugmodus	

Aufgabe	Thema	gesamt
1	Reguläre Sprachen	8
2	Chomsky-Hierarchie	9
3	KFG und Pumping-Lemma	11
4	DFA-Minimierung	11
5	NFA und DFA	10
6	REs aus DFA	8
7	Chomsky-NF	9
8	Stackautomat	11
9	CYK	11
Summe		88

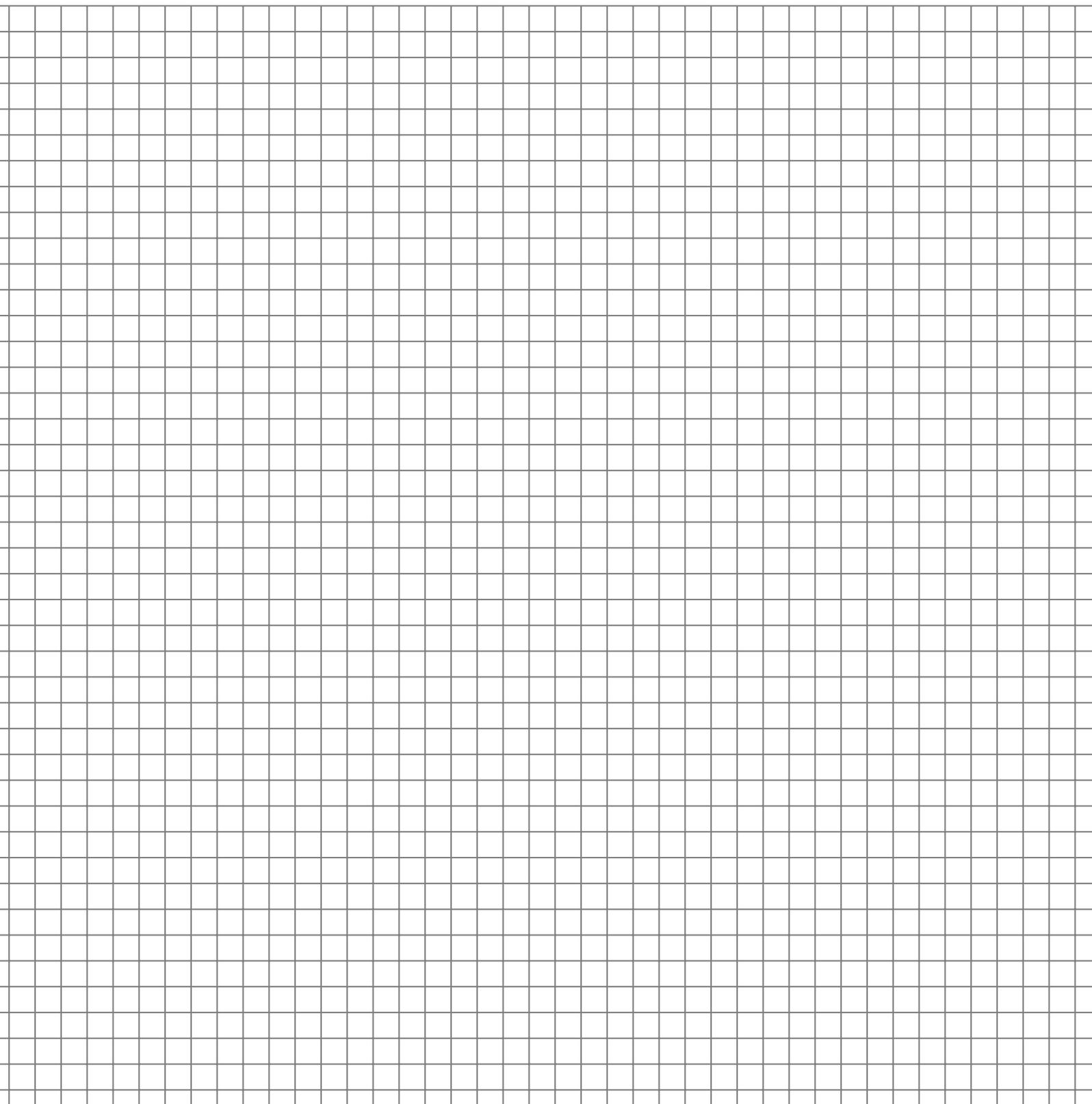
1. Sind Sie gesund und prüfungsfähig?
2. Sind Ihre Taschen und sämtliche Unterlagen, insbesondere alle nicht erlaubten Hilfsmittel, seitlich an der Wand zum Gang hin abgestellt und nicht in Reichweite des Arbeitsplatzes?
3. Haben Sie auch außerhalb des Klausorraumes im Gebäude keine unerlaubten Hilfsmittel oder ähnliche Unterlagen liegen lassen?
4. Haben Sie Ihr Handy ausgeschaltet und abgegeben?

(Falls Ziff. 2 oder 3 nicht erfüllt sind, liegt ein Täuschungsversuch vor, der die Note „nicht ausreichend“ zur Folge hat.)

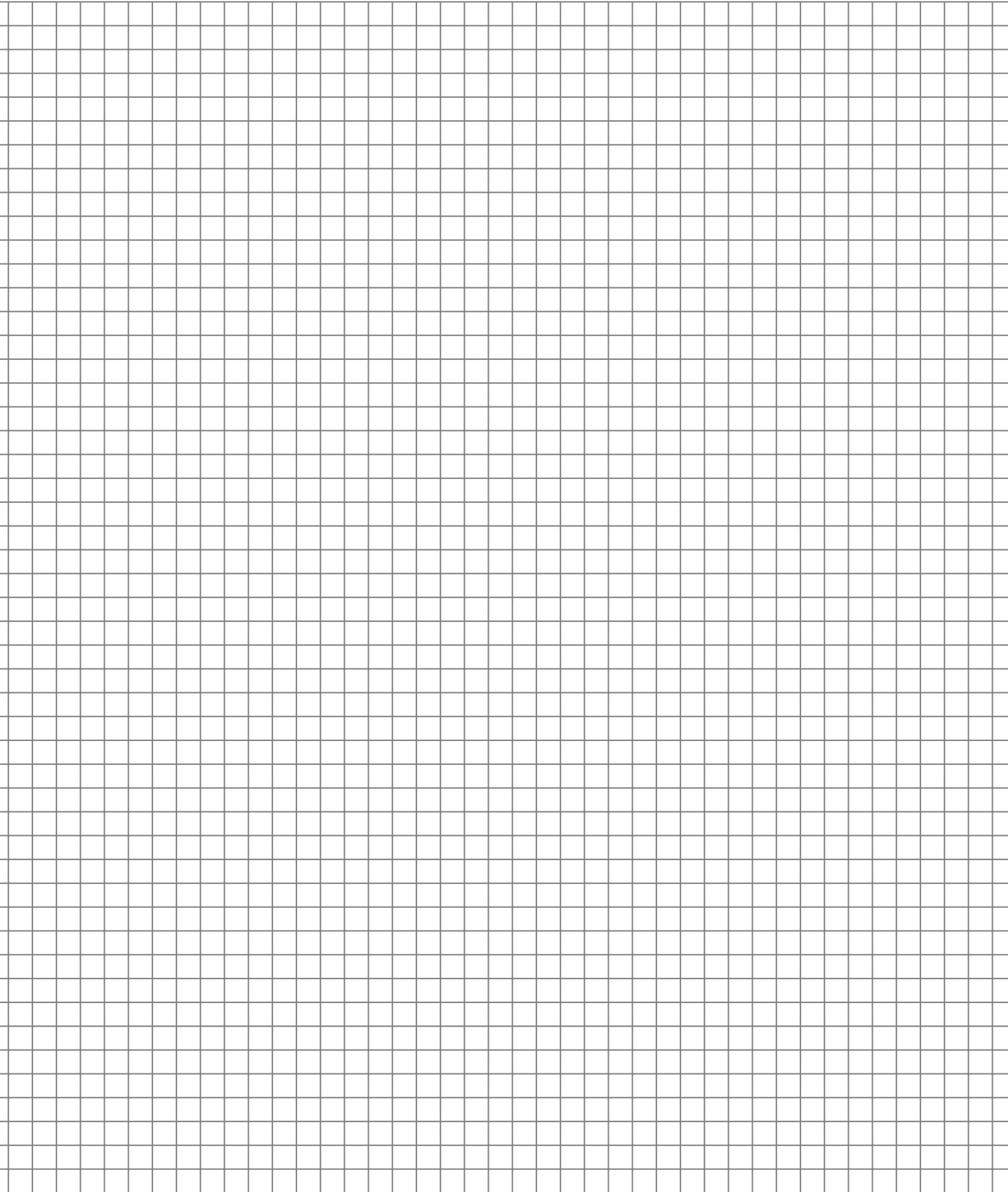
Aufgabe 1 (1+3+4 Punkte)

Betrachten Sie das Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ und die Sprache $L_1 = \{w \in \Sigma^* \mid aa \text{ oder } bb \text{ ist ein Teilwort von } w\}$. Beachten Sie dass aa ein Teilwort von aa ist, d.h. $aa, bb \in L$.

- a) Geben Sie einen regulären Ausdruck r mit $L(r) = L_1$ an.
- b) Geben Sie einen deterministischen endlichen Automaten A mit $L(A) = L_1$ in graphischer Darstellung an.
- c) Geben Sie eine rechts-lineare Grammatik G mit $L(G) = L_1$ an.



(Platz für Aufgabe 1)



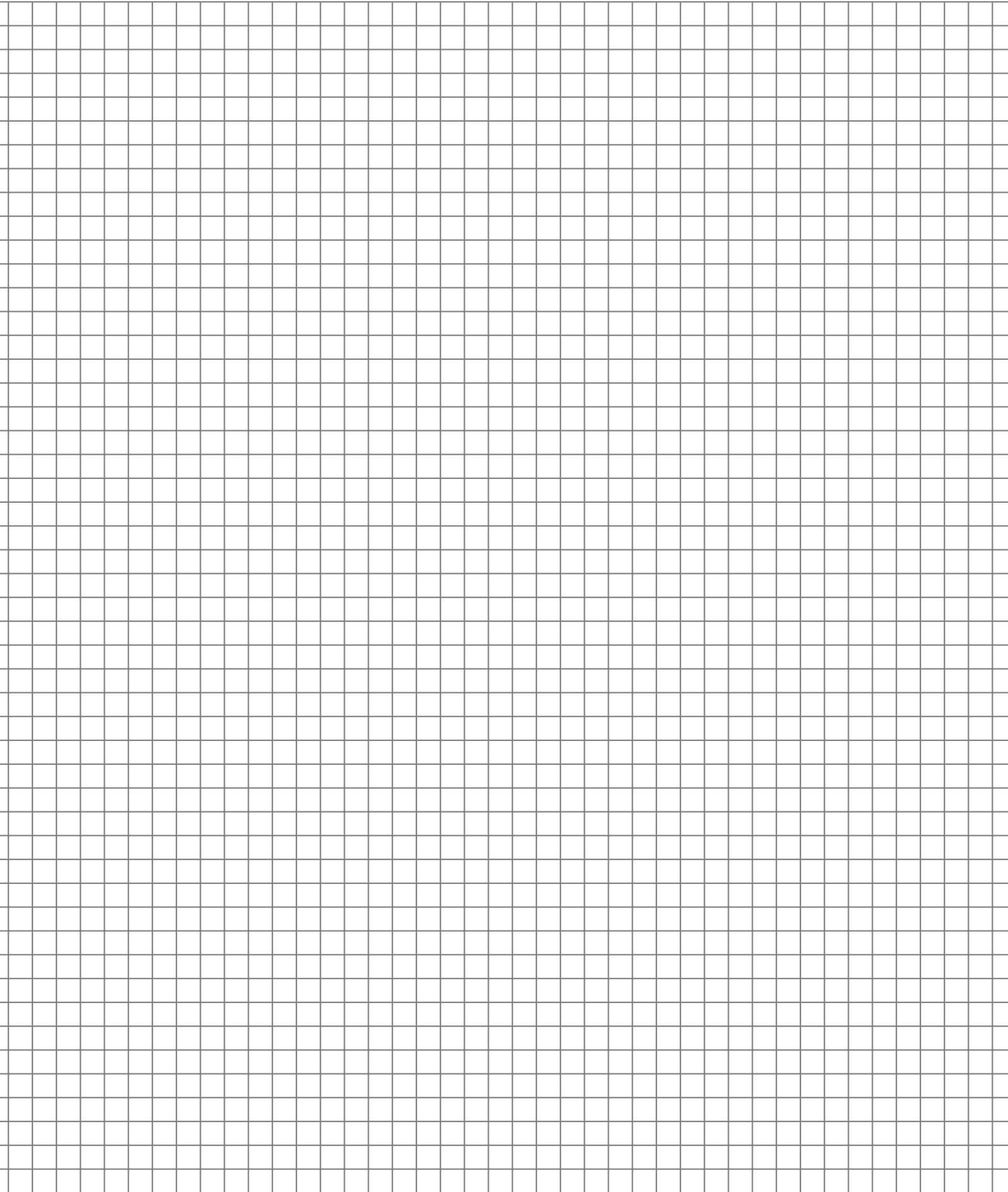
Aufgabe 2 (1+2+2+4 Punkte)

Betrachten Sie die Grammatik $G_1 = (N, \Sigma, P, S)$ mit $N = \{S, C, D, E\}$, $\Sigma = \{a, b\}$ und folgenden Produktionen:

$$P = \{ \begin{array}{l} S \rightarrow CSD \\ S \rightarrow EaE \\ C \rightarrow cC \\ D \rightarrow d \\ aE \rightarrow aaE \\ aE \rightarrow a \\ Ea \rightarrow Eba \\ Eb \rightarrow Ebb \\ Eb \rightarrow b \end{array} \}$$

- Welcher ist der maximale Typ der *Grammatik* (in der Chomsky-Hierarchie)? Begründen Sie Ihre Antwort.
- Geben Sie Ableitungen für zwei Worte aus $L(G_1)$.
- Geben Sie die von der Grammatik erzeugte Sprache formal als Menge an.
- Welcher ist der maximale Typ dieser *Sprache* (in der Chomsky-Hierarchie)? Geben Sie eine äquivalente Grammatik mit dem maximal möglichen Typ an.

(Platz für Aufgabe 2)

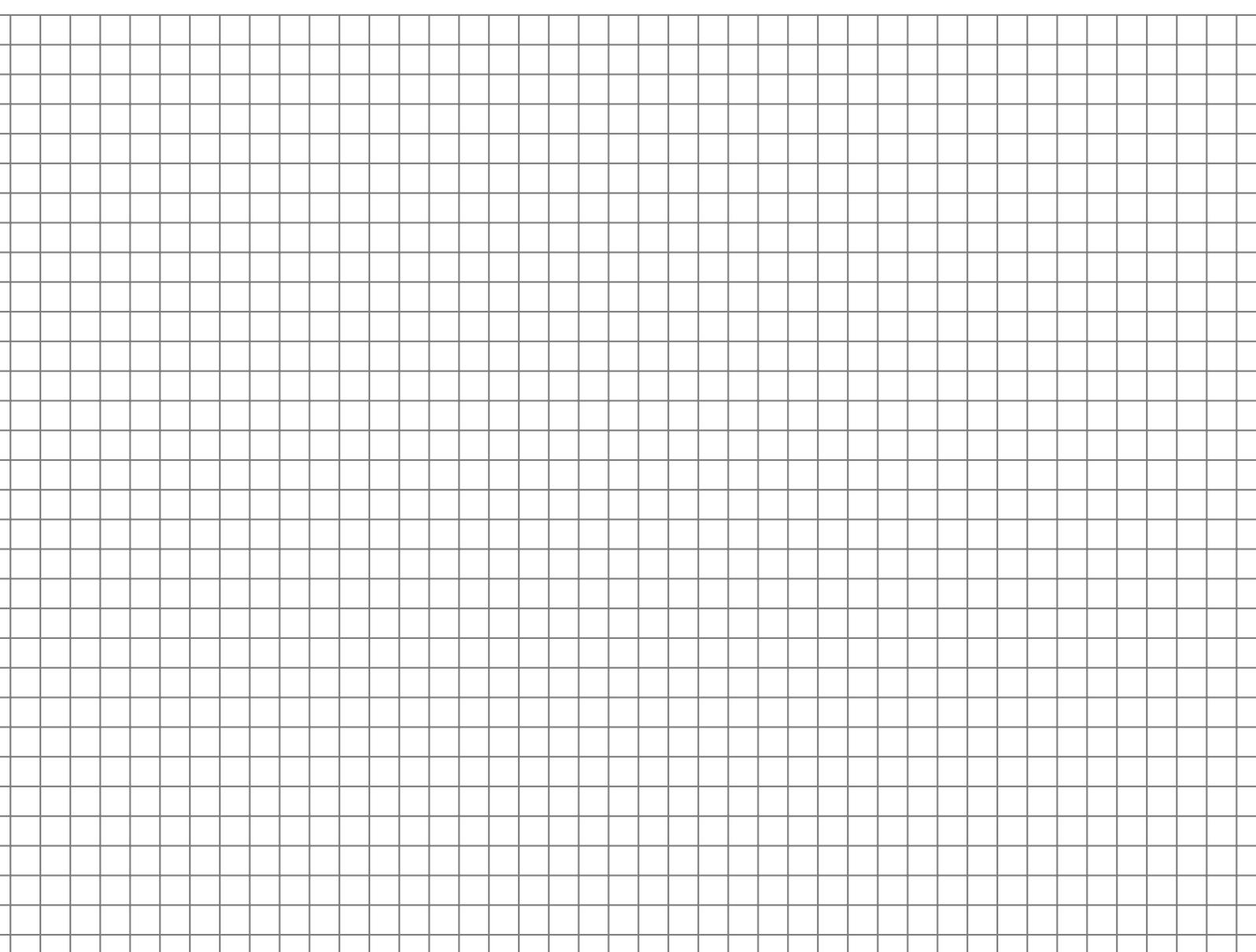


Aufgabe 3 (3+2+4+2 Punkte)

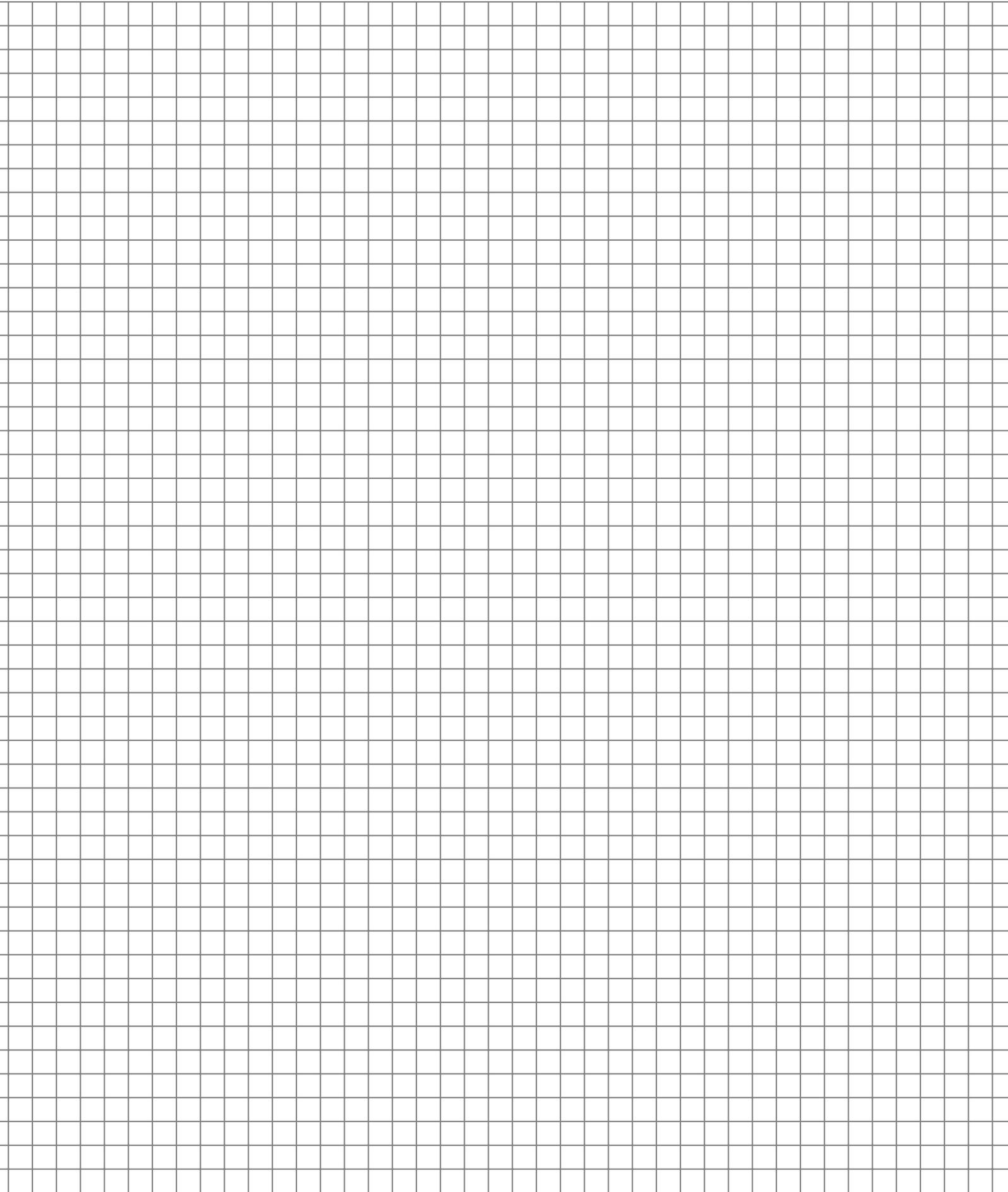
Sei $\Sigma = \{a, b, c\}$. Sei $L_{4a} = \{w_1cw_2 \mid w_1, w_2 \in \{a, b\}^*, |w_1|_a = |w_2|_a\}$.

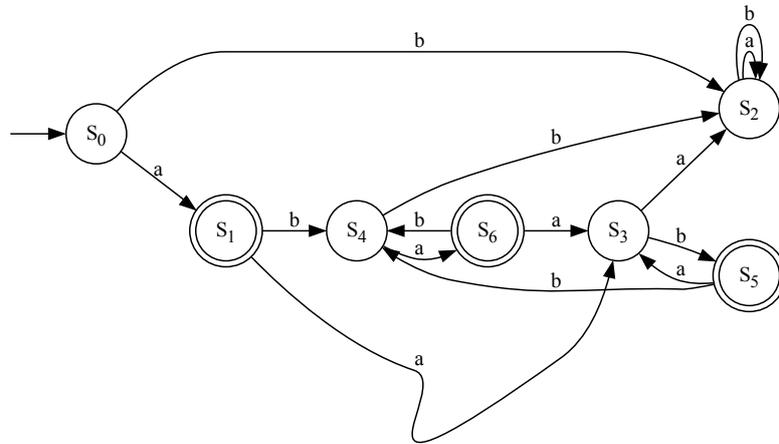
- a) Geben Sie eine kontextfreie Grammatik G mit $\mathcal{L}(G) = L_{4a}$ an. Verwenden Sie hierzu möglichst wenige Nichtterminalsymbole.
- b) Bestimmen Sie, welche der folgenden Wörter in L_{4a} sind. Geben Sie im positiven Fall eine Ableitung in G an.
- b1) $abcbab$
 - b2) $baacaac$
 - b3) cbb
- c) Zeigen Sie (durch Angabe eines geeigneten endlichen Automaten oder regulären Ausdrucks) oder widerlegen Sie (mittels Pumping-Lemma): L_{4a} ist regulär.
- d) Gegeben die zu L_{4a} ähnliche Sprache $L_{4b} = \{w_1cw_2 \mid w_1, w_2 \in \{a, b\}^*, |w_1|_b = |w_2|_b\}$. Gelten folgende Aussagen?
- d1) $L_{4a} \cup L_{4b}$ ist regulär.
 - d2) $L_{4a} \cap L_{4b}$ ist kontextfrei.

Begründen Sie ihre Entscheidung kurz. Ein vollständiger Beweis ist nicht notwendig.



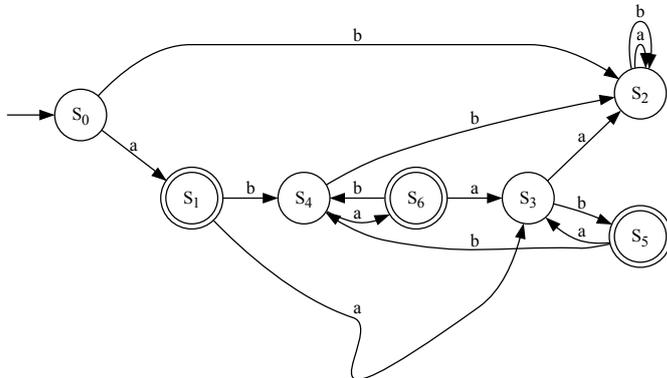
(Platz für Aufgabe 3)



Aufgabe 4 (1+8+2 Punkte)Betrachten Sie den Automaten A_3 .Abbildung 1: Automat A_3

- Stellen Sie den Automaten in tabellarischer Form dar.
- Minimieren Sie den Automaten mit dem in der Vorlesung beschriebenen Verfahren. Sie können die auf der nächsten Seite abgedruckte Tabelle nutzen. Geben Sie das Ergebnis in graphischer Form an.
- Beschreiben Sie $L(A_3)$ formal als Menge oder durch Angabe eines regulären Ausdrucks.

(Platz für Aufgabe 3)



	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	S_6
S_0	=						
S_1		=					
S_2			=				
S_3				=			
S_4					=		
S_5						=	
S_6							=

Aufgabe 5 (1+3+6 Punkte)

Betrachten Sie den nichtdeterministischen endlichen Automaten (NFA) A_5 über $\Sigma = \{a, b\}$ in Abbildung 2.

- Geben Sie einen Lauf (*run*) des Automaten A_5 auf der Eingabe $abaa$ an, bei dem das Wort akzeptiert wird.
- Geben Sie eine formale Beschreibung von $L(A_5)$ als Menge und einen regulären Ausdruck r mit $L(r) = L(A_5)$ an.
- Konvertieren Sie A_5 mit dem in der Vorlesung angegebenen Verfahren in einen deterministischen endlichen Automaten (DFA). Geben Sie das Ergebnis tabellarisch und graphisch an.

(Der Automat ist auf der nächsten Seite noch einmal abgebildet, falls Sie mehr als eine Seite benötigen.)

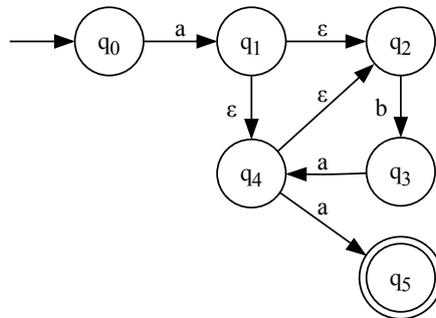
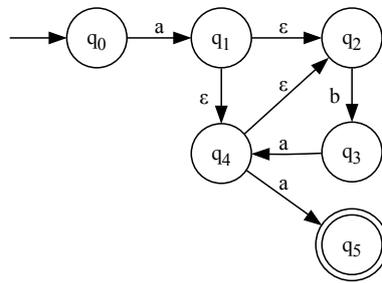


Abbildung 2: Automat A_5

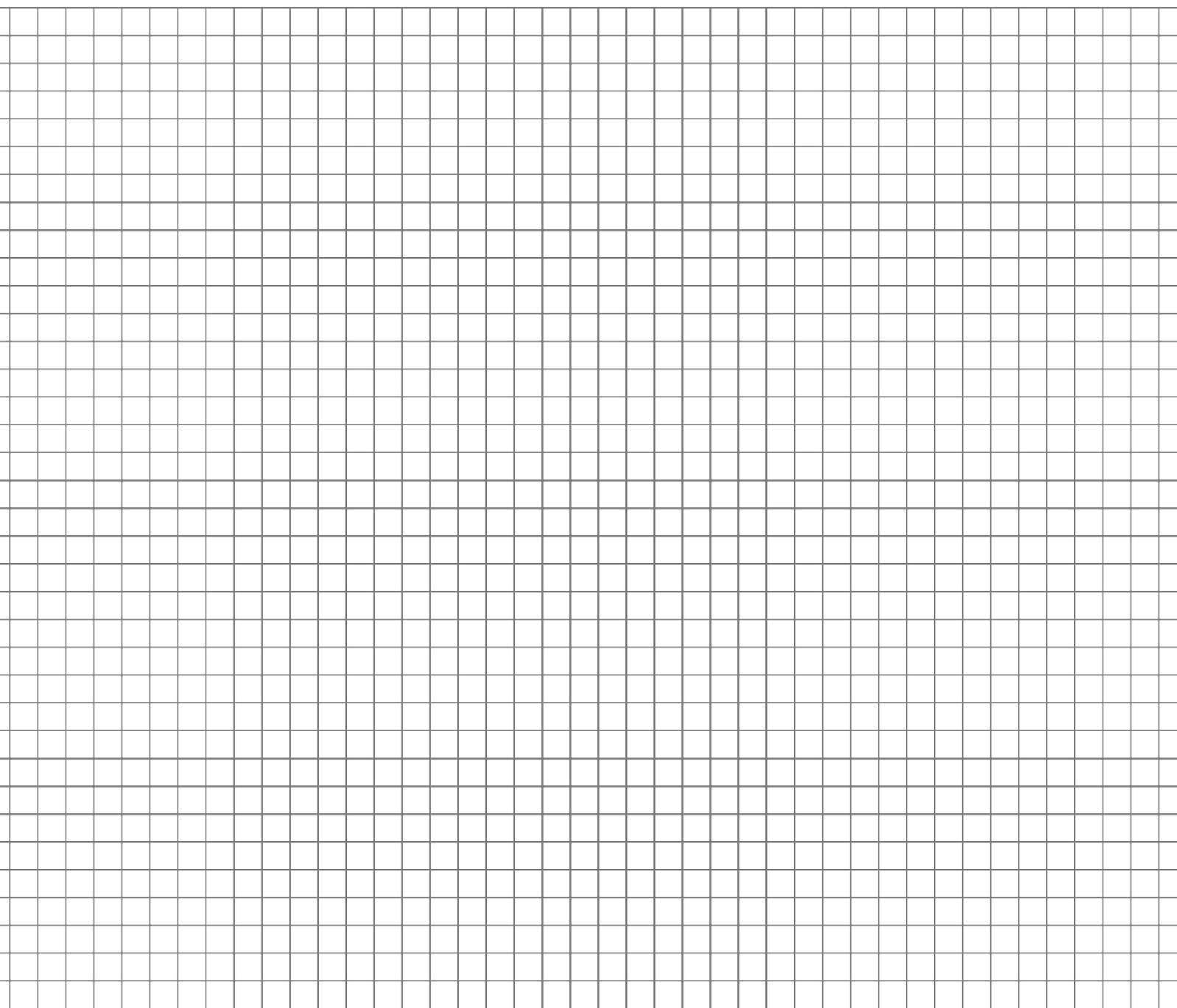
(Platz für Aufgabe 5)



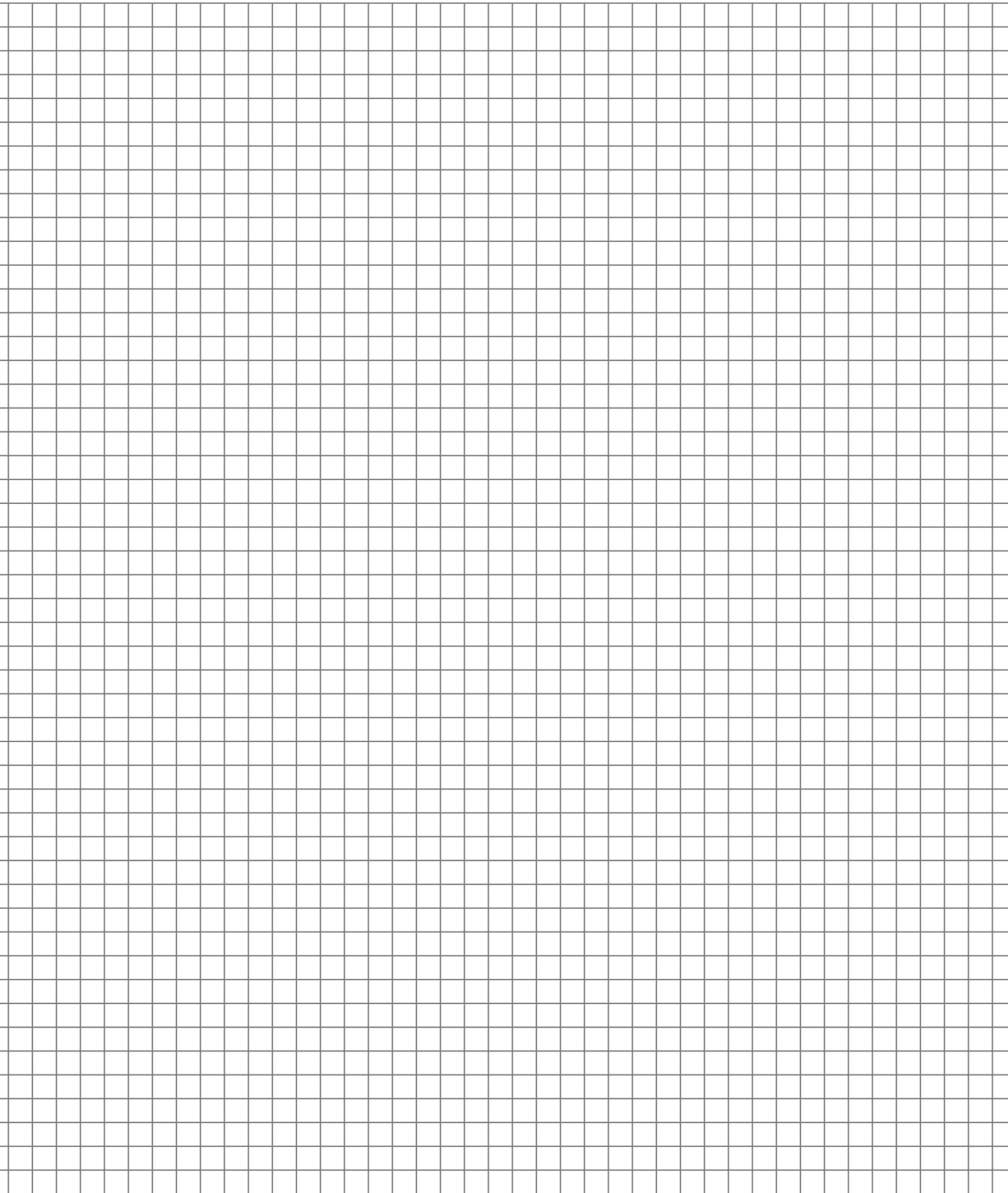
Aufgabe 6 (1+2+2+3 Punkte)Betrachten Sie den Automaten A_6 in tabellarischer Form:

$A_6 : \delta$		a	b
\rightarrow	0	1	2
	1	3	0
	2	2	2
*	3	2	2

- Geben Sie die Zustandsmenge Q , das Alphabet Σ , die Menge der akzeptierenden Zustände F und den Startzustand q_0 an.
- Stellen Sie den Automaten in graphischer Form dar.
- Stellen Sie ein Gleichungssystem auf, das die an den verschiedenen Zuständen akzeptierten Sprachen beschreibt.
- Lösen Sie dieses Gleichungssystem und geben Sie so einen regulären Ausdruck an, der die von A_6 akzeptierte Sprache beschreibt. Vereinfachen Sie das Ergebnis soweit wie möglich.



(Platz für Aufgabe 6)

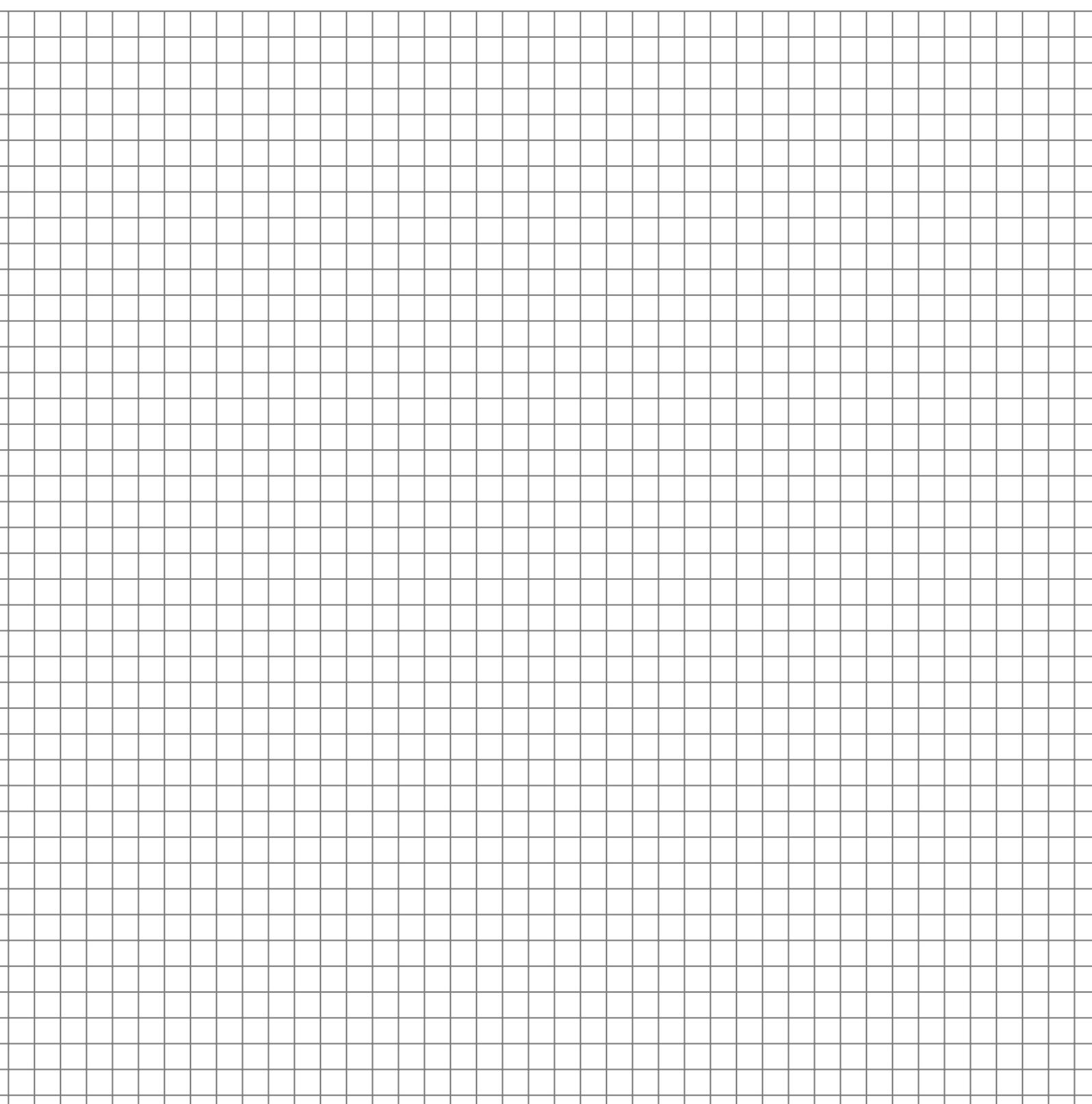


Aufgabe 7 (3+2+3+1 Punkte)

a) Gegeben sei die Grammatik $G_{7a} = (N, \Sigma_{ab}, P, S)$ mit $N = \{S, A, B, C\}$ und P wie folgt:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AB|a \\ A &\rightarrow aA|B|CC \\ B &\rightarrow bB|\varepsilon|C \\ C &\rightarrow aa|b \end{aligned}$$

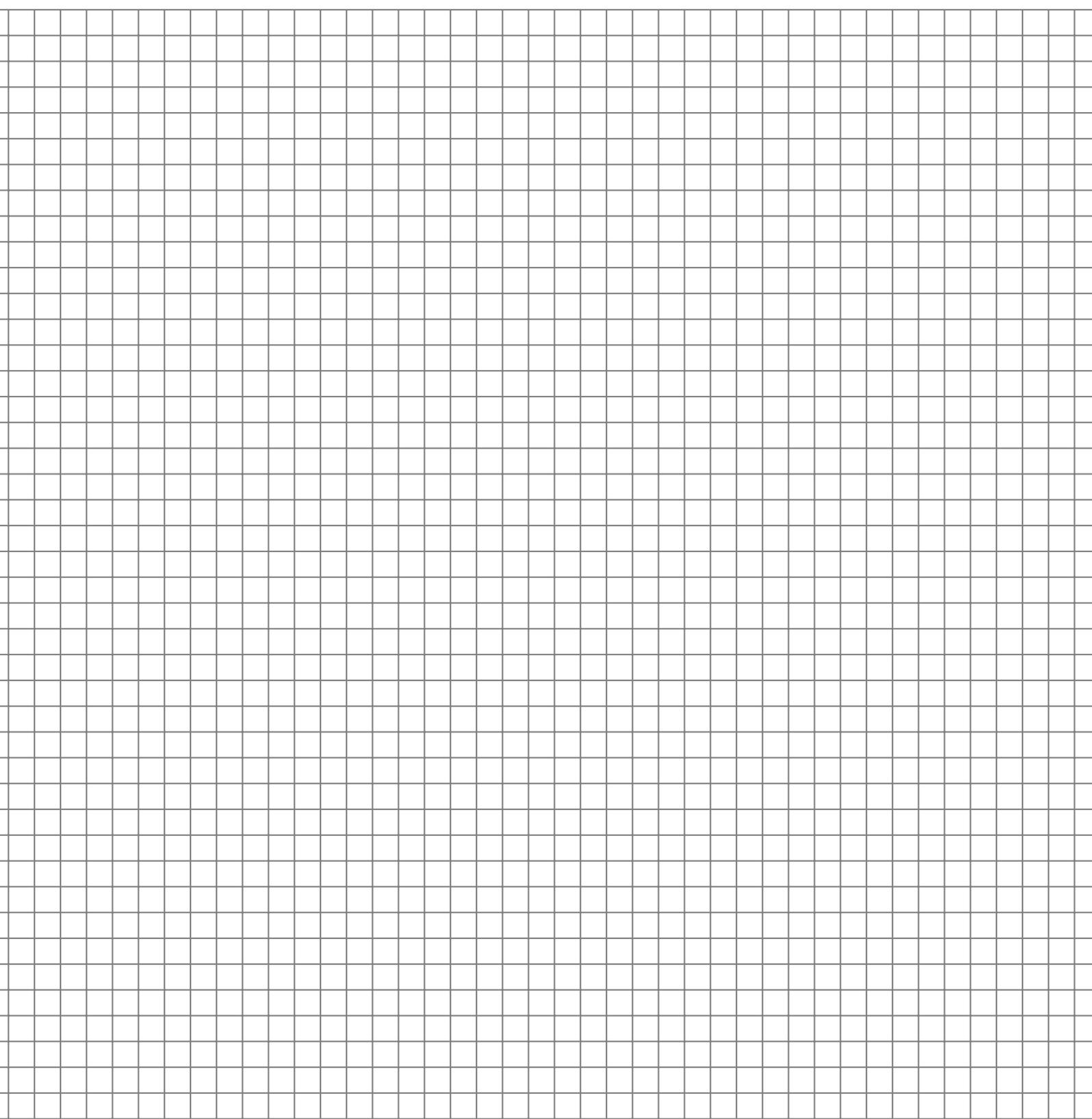
Transformieren Sie G_{7a} mit dem in der Vorlesung gezeigten Verfahren in eine äquivalente ε -freie Grammatik. Geben Sie die für die Transformation berechneten Mengen an.



b) Gegeben sei die Grammatik $G_{7b} = (N, \Sigma_{ab}, P, S)$ mit $N = \{S, A, B, C\}$ und P wie folgt:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow A|aA|C \\ A &\rightarrow aC|B|S \\ B &\rightarrow SC|AS \\ C &\rightarrow a|b \end{aligned}$$

Transformieren Sie G_{7b} mit dem in der Vorlesung gezeigten Verfahren in eine äquivalente Grammatik ohne Kettenregeln. Geben Sie die für die Transformation berechneten Mengen an.

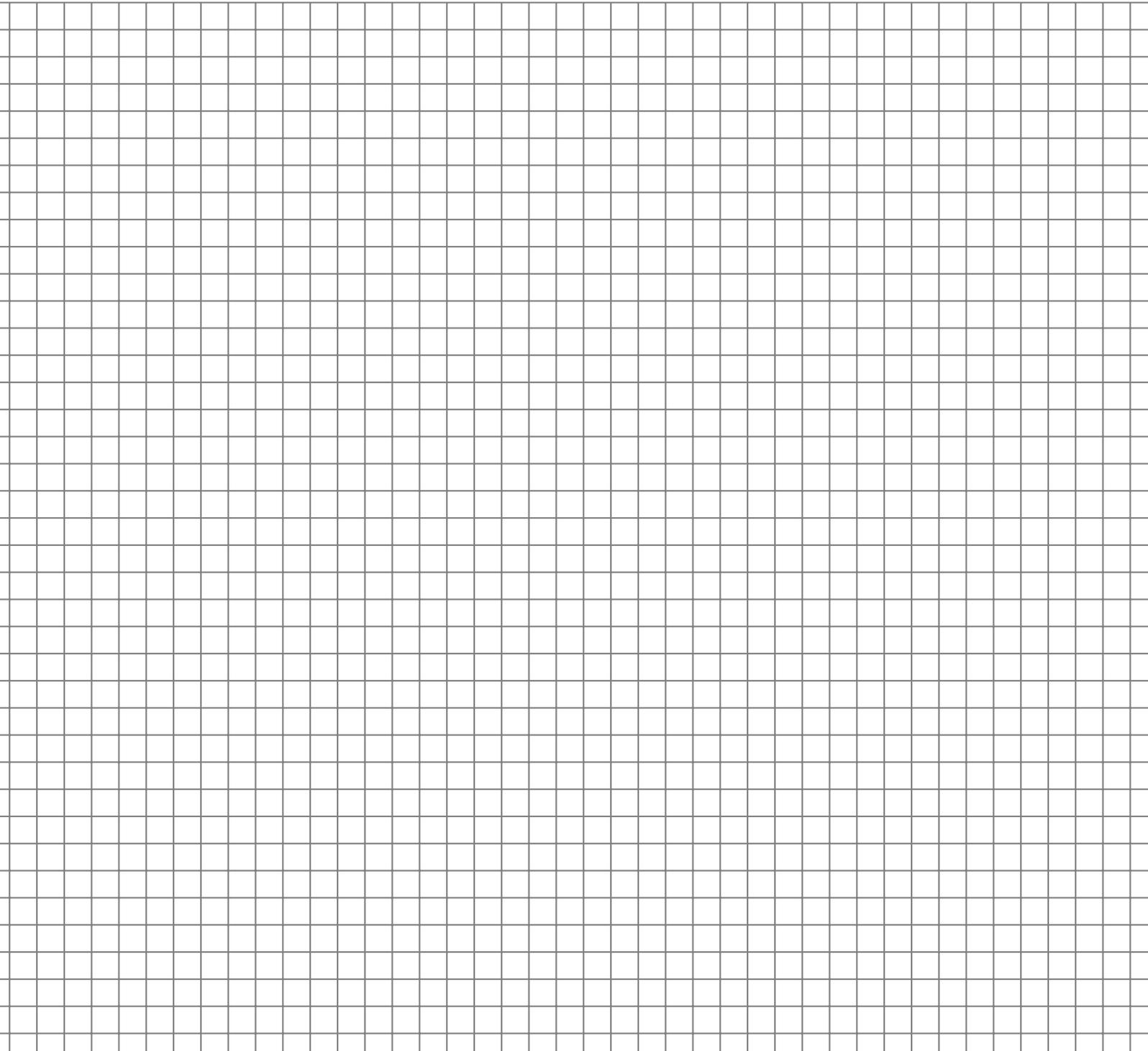


c) Gegeben sei die Grammatik $G_{7c} = (N, \Sigma_{ab}, P, S)$ mit $N = \{S, A, B, C, D, E\}$ und P wie folgt:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow AB|DD|a \\ A &\rightarrow CC|AB|EE \\ B &\rightarrow aB|aC \\ C &\rightarrow bB|bC \\ D &\rightarrow aDb|Sb \\ E &\rightarrow aa|bb \end{aligned}$$

Reduzieren Sie G_{7c} mit dem in der Vorlesung gezeigten Verfahren. Geben Sie die für die Transformation berechneten Mengen an.

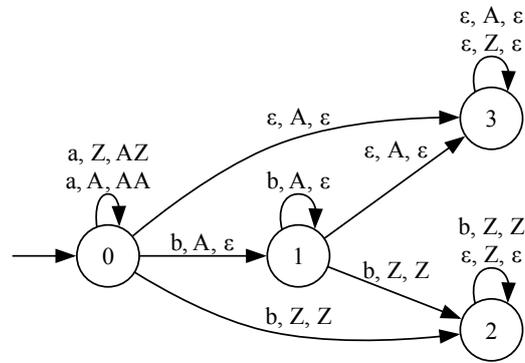
d) Welche der Regeln in Ihrer Antwort für Aufgabenteil c) sind noch nicht in Chomsky-Normalform? (Sie müssen nur die Regeln angeben, nicht die Transformation durchführen.)



Aufgabe 8 (4+6+1 Punkte)

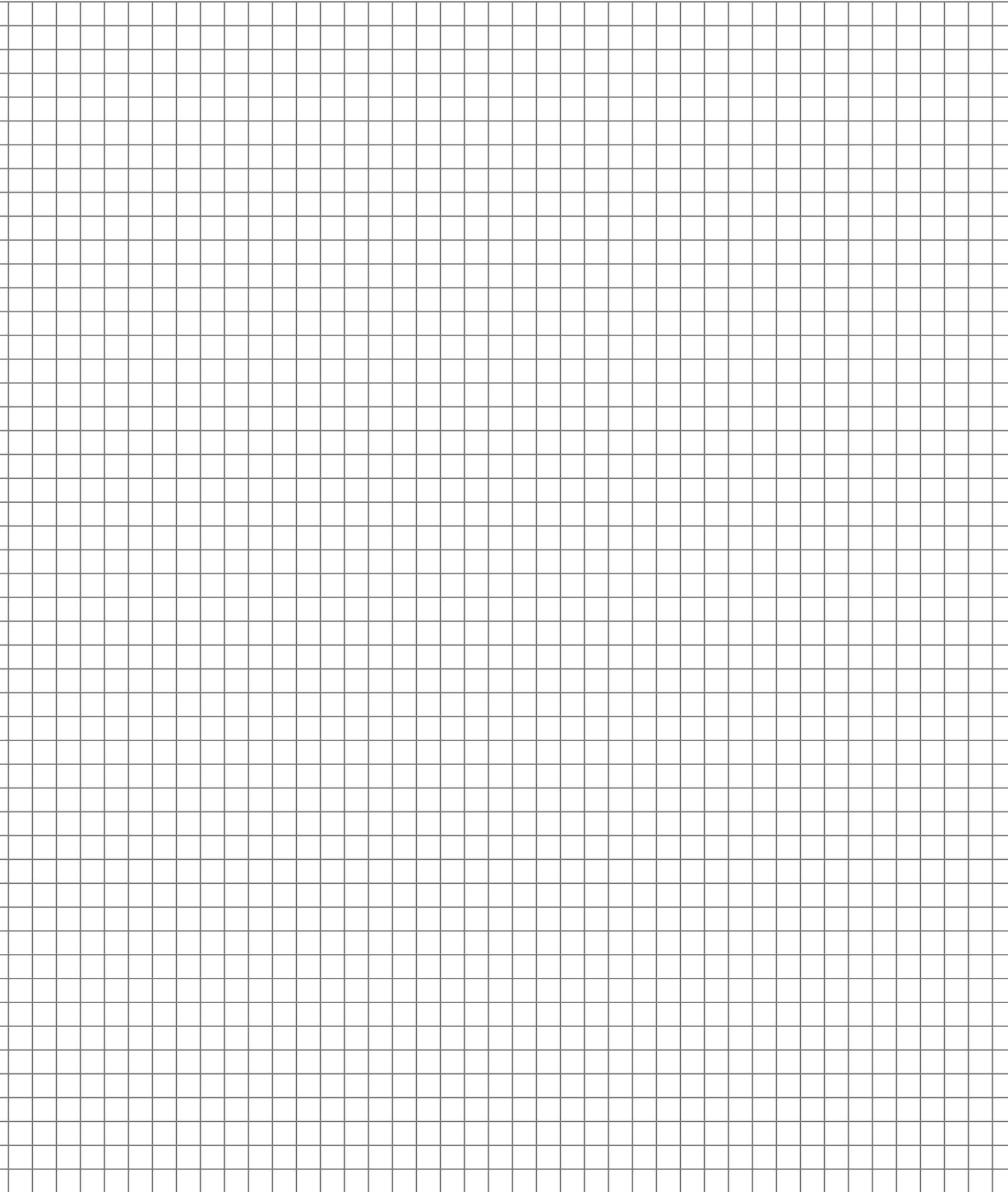
Gegeben seien das Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$ und der Kellerautomat (PDA) $A_8 = (Q, \Sigma, \Gamma, \Delta, 0, Z)$ mit $Q = \{0, 1, 2, 3\}$, $\Gamma = \{A, Z\}$ und Δ wie folgt:

0,	a,	Z	→	AZ,	0
0,	a,	A	→	AA,	0
0,	b,	Z	→	Z,	2
0,	b,	A	→	ε,	1
0,	ε,	A	→	ε,	3
1,	b,	A	→	ε,	1
1,	b,	Z	→	Z,	2
1,	,	A	→	ε,	3
2,	b,	Z	→	Z,	2
2,	ε,	Z	→	ε,	2
3,	ε,	A	→	ε,	3
3,	ε,	Z	→	ε,	3



- Geben Sie für die Wörter $w_1 = aabb$, $w_2 = bbbb$ und $w_3 = aaab$ jeweils einen Lauf von A_8 an, bei dem das gesamte Wort gelesen wird, und bestimmen Sie, ob das Wort zu $\mathcal{L}(A_8)$ gehört.
- Beschreiben Sie $\mathcal{L}(A_8)$ formal als Menge.
- Ist A_8 deterministisch? Begründen Sie Ihre Antwort.

(Platz für Aufgabe 8)



Aufgabe 9 (4+5+2 Punkte)

Betrachten Sie die Grammatik $G_9 = (\{S, E, G, J, M, O, P, T, Z\}, \{g, o, m, n, s\}, P, S)$ mit

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow ZE \\ S \rightarrow ZJ \\ S \rightarrow ZT \\ S \rightarrow s \\ E \rightarrow TJ \\ G \rightarrow g \\ G \rightarrow n \\ J \rightarrow o \\ M \rightarrow SM \\ M \rightarrow m \\ O \rightarrow o \\ P \rightarrow OG \\ T \rightarrow OG \\ T \rightarrow SM \\ T \rightarrow TM \\ T \rightarrow TP \\ T \rightarrow m \\ Z \rightarrow s \end{array} \right\}$$

Bestimmen Sie mit Hilfe des CYK-Algorithmus, ob die folgenden Wörter in $L(G_9)$ enthalten sind:

- $w_1 = smogon$
- $w_2 = smogmog$ (Tabelle auf der nächsten Seite)
- Geben Sie anhand des Ergebnisses aus Teil b) an, für welche Teilwörter von $smogmog$ Sie aus der Tabelle ablesen können, dass sie in $L(G_9)$ enthalten sind. Begründen Sie ihre Antwort.

Tabelle für Teil a)

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						
$w_2 =$	s	m	o	g	o	n

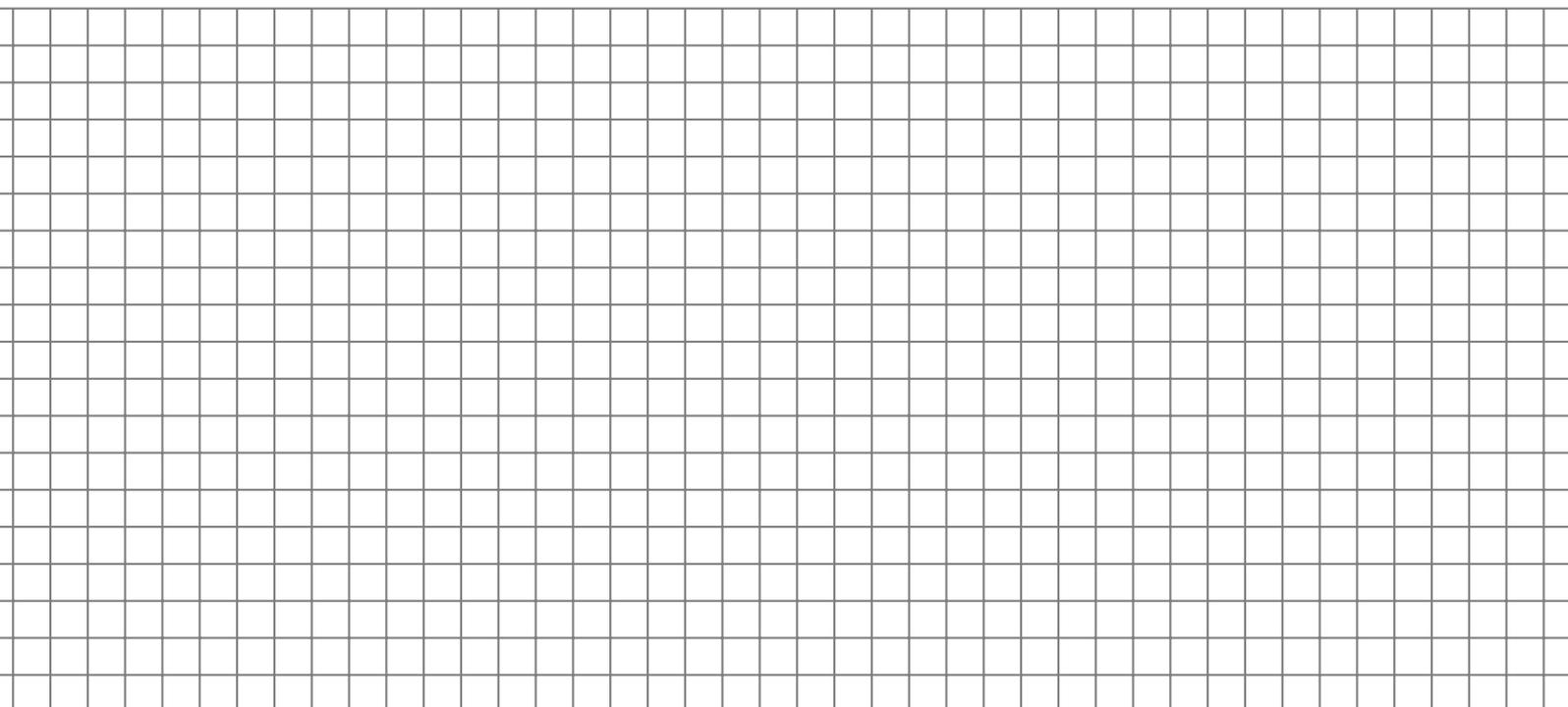
Ist $w_1 \in L(G_9)$? Ja Nein

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow ZE \\ S \rightarrow ZJ \\ S \rightarrow ZT \\ S \rightarrow s \\ E \rightarrow TJ \\ G \rightarrow g \\ G \rightarrow n \\ J \rightarrow o \\ M \rightarrow SM \\ M \rightarrow m \\ O \rightarrow o \\ P \rightarrow OG \\ T \rightarrow OG \\ T \rightarrow SM \\ T \rightarrow TM \\ T \rightarrow TP \\ T \rightarrow m \\ Z \rightarrow s \end{array} \right\}$$

Tabelle für Teil b)

	1	2	3	4	5	6	7
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
$w_2 =$	s	m	o	g	m	o	g

Ist $w_2 \in L(G_9)$? Ja Nein



Ende