Logik und Grundlagen der Informatik

Übungsklausur

Stephan Schulz

24. Februar 2015

Aufgabe 1: (2+2+3P)

Sei $M_1 = \{2x \mid x \in \mathbb{Z}\}$. Sei $M_2 = \{5x \mid x \in \mathbb{N}\}$.

a) Bestimmen Sie $M_1 \cap M_2$.

b) Bestimmen Sie $M_2 \backslash M_1$

c) Geben Sie eine bijektive Funktion von $M_1 \rightarrow M_2$ an.

Aufgabe 2: (1+2+2+3P)

Sei $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ und $R = \{(a, b), (c, b), (d, e), (e, f), (f, d)\}$ eine binäre Relation über A.

a) Stellen Sie R als Tabelle da.

b) Ist R

   1. Homogen?
   2. Symmetrisch?
   3. Linkstotal?
   4. Rechtseindeutig?

c) Berechnen Sie R^* und stellen Sie das Ergebnis als Graph da

d) Berechnen Sie die kleinste Äquivalenzrelation, die R enthält, und stellen Sie das Ergebnis als Tabelle da.

Aufgabe 3: (1+3+2P)

Betrachten Sie den folgenden Scheme-Code:

```
(define (mystery2 r lst b)
  (if (null? lst)
      b
      (r (car lst) (mystery2 r (cdr lst) b))))

(define a '(1 2 3 (4 5)))
```

a) Was ist der Rückgabewert des folgenden Ausdrucks?

```
(mystery2 + '() 0)
```

b) Was ist der Rückgabewert des folgenden Ausdrucks?

```
(mystery2 * (map (lambda (x) (+ 2 x)) '(1 2 3 4)) -1)
```

c) Mit welchem Scheme-Ausdruck können Sie *die vorhandene Liste* `a` in `(1 2 3)` umbauen?

Aufgabe 4: (2+2+3P)

Sei $F = a \wedge b \vee a \wedge c \vee b \wedge c$ und $G = a \wedge b \vee c \wedge \neg(a \leftrightarrow b)$.

a) Geben sie vollständig geklammerte Versionen von F und G an.

b) Gilt $F \equiv G$? Verwenden Sie die Wahrheitstafelmethode!

c) Gilt $\models F \leftrightarrow G$? Verwenden Sie die Tableaux-Methode!

Aufgabe 5: (2+3+3P)

Betrachten Sie folgende Beschreibung:

> Das System ist genau dann im Multiuser-Status, wenn es normal arbeitet. Wenn das System normal arbeitet, funktioniert der Kernel. Entweder der Kernel funktioniert nicht, oder das System ist im Interrupt-Modus. Wenn das System nicht im Multiuser-Status ist, dann ist es im Interrupt-Modus. Das System ist nicht in Interrupt-Modus.

a) Was sind die atomaren Aussagen?

b) Stellen Sie eine Menge von aussagenlogischen Formeln auf, die den Sachverhalt repräsentieren.

c) Ist die Formelmenge erfüllbar? Begründen Sie Ihre Aussage!

Aufgabe 6: (6P)

Zeigen Sie: $\{\rightarrow, \bot\}$ ist eine Basis der Aussagenlogik. Sie können voraussetzen, dass $\{\neg, \vee, \wedge\}$ eine Basis ist.

Aufgabe 7: (3+4P)

a) Bestimmen Sie die konjunktive Normalform der folgenden Formel: $((p \vee q) \wedge (p \to r)) \to (p \to r)$

b) Betrachten Sie die Menge K der folgenden Klauseln:

1. $p \vee q \vee \neg r \vee s$
2. $\neg p \vee r \vee s$
3. $\neg q \vee \neg r$
4. $p \vee \neg s$
5. $\neg p \vee \neg r$
6. r

Zeigen Sie per Resolution dass K unerfüllbar ist.

Aufgabe 8: (3+3P)

Betrachten Sie die folgende Menge von prädikatenlogischen Klauseln.

$$
\begin{aligned}
&K = \\
&\{(animal(X0) \vee \neg wolf(X0)), \\
&(animal(X1) \vee \neg bird(X1)), \\
&(animal(X2) \vee \neg snail(X2)), \\
&(wolf(awolf)), \\
&(bird(abird)), \\
&(snail(asnail)), \\
&(grain(agrain)), \\
&(plant(X3) \vee \neg grain(X3)), \\
&(eats(A, Plant) \vee eats(A, S) \vee \neg animal(A) \vee \\
&\neg plant(Plant) \vee \neg animal(S) \vee \\
&\neg plant(OPlant) \vee \neg muchsmaller(S, A) \vee \neg eats(S, OPlant))\},
\end{aligned}
$$

a) Geben Sie eine geeignete Signatur (mit Stelligkeiten) für die Klauselmenge an. Variablen (und nur Variablen) beginnen mit Großbuchstaben.

b) Potentiell komplementäre Literale haben verschiedene Vorzeichen und Atome, die gemeinsame Instanzen haben. Finden Sie zwei Paare von potentiell komplementären Literalen in verschiedenen Klauseln. Geben Sie diese an und bestimmen Sie jeweils den allgemeinsten Unifikator der entsprechenden Atome.