Matrikelnummer:			
DHBW Duale Hochschule Baden-Württemberg Stuttgart **ÜBUNGSKLAUSUR**		Fakultät Studiengang: Jahrgang / Kurs : Studienhalbjahr:	**Technik** **Informatik** **2018/18C&18ITA** **1. Semester**
Datum:	**21.2.2018**	Bearbeitungszeit:	**90 Minuten**
Modul: Unit:	**TINF1002** **Grundlagen und Logik**	Dozent:	**Stephan Schulz**
Hilfsmittel:	**Zwei Texte, z.B. Vorlesungsskript, eigene Notizen**		
Punkte:		Note:	

Aufgabe	erreichbar	erreicht
1	4	
2	9	
3	9	
4	9	
5	7	
6	7	
7	6	
8	5	
9	9	
Summe	65	

1. Sind Sie gesund und prüfungsfähig?
2. Sind Ihre Taschen und sämtliche Unterlagen, insbesondere alle nicht erlaubten Hilfsmittel, seitlich an der Wand zum Gang hin abgestellt und nicht in Reichweite des Arbeitsplatzes?
3. Haben Sie auch außerhalb des Klausurraumes im Gebäude keine unerlaubten Hilfsmittel oder ähnliche Unterlagen liegen lassen?
4. Haben Sie Ihr Handy ausgeschaltet und abgegeben?

(Falls Ziff. 2 oder 3 nicht erfüllt sind, liegt ein Täuschungsversuch vor, der die Note „nicht ausreichend“ zur Folge hat.)

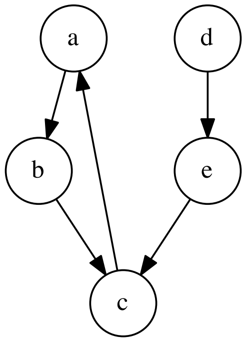
Aufgabe 1 (2+1+1 Punkte)
Betrachten Sie die Mengen $A = \{a, b\}$ und $B = \{1, 2, 3\}$

a) Bestimmen Sie das kartesische Produkt $A \times B \times A$.

b) Gegen Sie die Mächtigkeit $|B \times B \times B|$ an.

c) Bestimmen Sie $(A \times B) \cap (B \times A)$.

Aufgabe 2 (1+2+2+4 Punkte)
Betrachten Sie die Menge $A = \{a, b, c, d, e\}$ und die Relationen R, die im folgenden Relationsgraph dargestellt ist.



a) Stellen Sie R als Menge von Tupeln dar.

b) Bestimmen Sie die transitive Hülle R^+ von R und stellen Sie das Ergebnis als Tabelle da.

c) Wie viele Elemente (Tupel) hätte die reflexive, transitive und symmetrische Hülle von R?

d) Im folgenden seien $\geq, \leq, >, <$ die bekannten binären Relationen über $\mathbb{N}$. Geben Sie für jede der folgende Relationen an, ob es sich um eine Äquivalenzrelation handelt. Im negativen Fall geben Sie auch an, welche der geforderten Eigenschaften verletzt sind.

1. $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$
2. $\geq \cap \leq$
3. $\geq \cup \leq$
4. $> \cap <$

Fortsetzung

Aufgabe 3 (1+1+3+4 Punkte)
Betrachten Sie die folgenden Scheme-Definitionen (in der Standard-Umgebung):

```
(define a '(1 2 3 4 5))

(define b (cons '(1 2 3) a))

(define c (append '(1 2 3) a))


(define (fun1 s l)
  (if (null? l)
      s
      (+ s (fun1 (car l) (cdr l)))))

(define (foldl f s l)
  (if (null? l)
      s
      (f s (foldl f (car l) (cdr l)))))
```

a1) Was ist der Wert von `b`?

a2) Was ist der Wert von `c`?

b) Was ist das Ergebnis von `(fun1 0 a)`?

c) Was ist das Ergebnis von `(foldl * 1 a)`?

Aufgabe 4 (4+5 Punkte)
Betrachten Sie die folgenden aussagenlogische Formeln:

a) $\varphi_1 = ((\neg b) \wedge (\neg((a \wedge c) \leftrightarrow (c \wedge b))))$

b) $\varphi_2 = ((p \leftrightarrow (r \vee s)) \wedge ((p \wedge (\neg(r \vee s))) \vee ((\neg(r \vee s)) \wedge p)))$

Verwenden Sie das in der Vorlesung gezeigten Tableaux-Verfahren, um jeweils zu entscheiden, ob die Formel erfüllbar ist. Wenn die Formel erfüllbar ist, dann geben sie mindestens ein Modell der Formel an. Die Formeln sind auf den nächsten Seiten noch einmal wiederholt.

Fortsetzung

a) $\varphi_1 = ((\neg b) \wedge (\neg((a \wedge c) \leftrightarrow (c \wedge b))))$

b) $\varphi_2 = ((p \leftrightarrow (r \vee s)) \wedge ((p \wedge (\neg(r \vee s))) \vee ((\neg(r \vee s)) \wedge p)))$

Fortsetzung

a) $\varphi_1 = ((\neg b) \land (\neg((a \land c) \leftrightarrow (c \land b))))$

b) $\varphi_2 = ((p \leftrightarrow (r \lor s)) \land ((p \land (\neg(r \lor s))) \lor ((\neg(r \lor s)) \land p)))$

Aufgabe 5 (4+3 Punkte)

a) Konvertieren Sie die folgende Formel in konjunktive Normalform und schreiben Sie das Ergebnis als Klauselmenge:

$$\varphi = (\neg(a \leftrightarrow b)) \vee c$$

b) Geben Sie *alle* Modelle von φ an.

Fortsetzung

Aufgabe 6 (2+3+2 Punkte)
Betrachten Sie folgenden Sachverhalt:

> Wenn die Enterprise (*NCC-1701-D*) fliegt, hat sie einen aktiven Warp-Core-Reaktor. Ein aktiver Warp-Core-Reaktor verbraucht Deuterium. Wenn Deuterium verbraucht wird, dann wird auch Anti-Deuterium verbraucht und es werden die Dilithium Kristalle benutzt. Genau dann, wenn Deuterium und Anti-Deuterium verbraucht werden, wird Energie produziert.

a) Identifizieren Sie die atomaren Aussagen.

b) Formalisieren Sie den Sachverhalt als Formelmenge KB.

c) Formalisieren Sie die Behauptung B: *Wenn die Enterprise fliegt werden Dilithium Kristalle benutzt.* Stellen Sie eine aussagenlogische Formel auf, die allgemeingültig ist, wenn $KB \models B$ gilt.

Fortsetzung

Aufgabe 7 (6 Punkte)
Betrachten Sie die folgende Klauselmenge:

1. $p \vee s$
2. $\neg r \vee \neg p \vee s$
3. $\neg s \vee \neg p$
4. $p \vee \neg r$
5. $p \vee \neg s$
6. $\neg r \vee \neg s$
7. $r \vee s \vee \neg p$

Entscheiden Sie per Resolution, ob die Menge erfüllbar ist. Nummerieren Sie die Zwischenschritte, und geben Sie die Eltern der neu hergeleiteten Klauseln an.

Aufgabe 8 (5 Punkte)
Sei Σ eine aussagenlogische Signatur. Der Operator $\triangledown$ ist definiert mit folgender Semantik:

F	G	$F \triangledown G$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Zeigen Sie folgende Behauptung: Für alle $A \in For0_{\Sigma}$ gilt: Die Gesamtzahl der Klammern (also Anzahl der öffnenden Klammern plus die Anzahl der schließenden Klammern) in A ist gerade. Beschränken Sie sich auf Formeln mit den Operatoren $\{\neg, \triangledown\}$.

Hinweis: Verwenden Sie Induktion über den Aufbau.

Fortsetzung

Aufgabe 9 (2+2+5 Punkte)

a) Verwenden Sie das in der Vorlesung gezeigten Unifikationsverfahren, um jeweils einen Unifikator für die Termpaare s_1, s_2 und t_1, t_2 zu finden. Es ist $F = \{h/2, g/1, a/0, b/0\}$ und x, y, z, u sind Variablen.

a1) $$\begin{array}{rcl} s_1 & = & h(h(a,x), g(h(y,b))) \\ s_2 & = & h(h(x,z), g(u)) \end{array}$$

a2) $$\begin{array}{rcl} t_1 & = & g(h(h(x,y), g(g(x)))) \\ t_2 & = & g(h(h(u,a), g(u))) \end{array}$$

b) Sei $\Sigma = \langle \{ge/2, gt/2\}, \{s/1, 0/0\}, \{X, Y, Z \ldots\} \rangle$. Zeigen Sie per Resolution, dass die folgende Klauselmenge unerfüllbar ist. Geben Sie zu jeder neuen Klausel die Eltern und den Unifikator an. Hinweis: 3 ist größer als 2. Die Ausgangsmenge ist auf der nächsten Seite noch einmal abgebildet.

1. $ge(X, 0)$
2. $\neg ge(X, Y) \vee ge(s(X), s(Y))$
3. $\neg ge(X, Y) \vee gt(s(X), Y)$
4. $\neg gt(s(s(s(0))), s(s(0)))$

Fortsetzung

1. $ge(X, 0)$
2. $\neg ge(X, Y) \vee ge(s(X), s(Y))$
3. $\neg ge(X, Y) \vee gt(s(X), Y)$
4. $\neg gt(s(s(s(0))), s(s(0)))$

– Ende der Klausur –